***Пример выполнения контрольной работы***

На складах трех поставщиков (пункты отправления) *A*1, *A*2, *A*3 хранится 350, 250 и 200 единиц одного и того же груза. Этот груз требуется доставить четырем потребителям (пункты назначения) *B*1, *B*2, *B*3 и *B*4, заказы которых составляют 220, 150, 240 и 190 единиц груза соответственно. Стоимости перевозок *сij* единицы груза с *i*-го склада *j*-му потребителю указаны в матрице: .

Сведем исходные данные в таблицу:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункты  отправления | Пункты назначения | | | |
| *В*1  220 | *В*2  150 | *В*3  240 | *В*4  190 |
| *А*1  350 | *с*11 | *с*12 | *с*13 | *с*14 |
| *А*2  250 | *с*21 | *с*22 | *с*23 | *с*24 |
| *А*3  200 | *с*31 | *с*32 | *с*33 | *с*34 |

1. Решение транспортной задачи начинается с выяснения вопроса о том, является ли задача открытой или закрытой. Для этого необходимо проверить суммарный запас груза и суммарную потребность.

*а*=350+250+200=800

*b*=220+150+240+190=800

Так как суммарный запас груза равен суммарной потребности, то рассматриваемая задача является закрытой.

1. Составим первоначальный план перевозок.

Составим первоначальный план перевозок с помощью метода северо-западного угла, заполняя клетки в следующем порядке (*данный ход рассуждений представлен для более полного понимания составления плана перевозок методом северо-западного угла. В контрольной работе достаточно предоставить окончательный вариант плана перевозок (в рассматриваемом примере это таблица, полученная в результате шага 6*):

Шаг 1. Заполняется ячейка (*А*1, *В*1), так как именно она находится на северо-западе нашей таблицы.

У поставщика *A*1 есть 350 тонн груза, а потребителю необходимо лишь 220 тонн, поэтому в ячейке (*А*1, *В*1) ставится число 220, при этом в остальных ячейках столбца *В*1 ставятся прочерки, так как его потребности полностью удовлетворены. Но важно запомнить, что у поставщика *A*1 остается 130 тонн груза, которые он отправит другим потребителям.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункты  отправления | Пункты назначения | | | |
| *В*1  220 | *В*2  150 | *В*3  240 | *В*4  190 |
| *А*1  350 | 220 |  |  |  |
| *А*2  250 | - |  |  |  |
| *А*3  200 | - |  |  |  |

Шаг 2. Далее заполняется ячейка (*А*1, *В*2), так как теперь она находится на северо-западе нашей таблицы.

У поставщика *A*1 есть только 130 тонн груза (так как 220 он предоставил поставщику *В*1 ), а потребителю *В*2 необходимо 150 тонн, поэтому в ячейке (*А*1, *В*2) ставится число 130, при этом в остальных ячейках строки *А*1 ставятся прочерки, так как его запасы груза полностью исчерпаны. Но важно запомнить, что потребности *В*2 не удовлетворены.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункты  отправления | Пункты назначения | | | |
| *В*1  220 | *В*2  150 | *В*3  240 | *В*4  190 |
| *А*1  350 | 220 | 130 | - | - |
| *А*2  250 | - |  |  |  |
| *А*3  200 | - |  |  |  |

Шаг 3. Далее заполняется ячейка (*А*2, *В*2), так как теперь она находится на северо-западе нашей таблицы.

У поставщика *A*2 есть 250 тонн груза, но потребителю *В*2 необходимо только 20 тонн, поэтому в ячейке (*А*2, *В*2) ставится число 20, а в остальных ячейках столбца *В*2 ставятся прочерки, так как его потребности полностью удовлетворены. Запомним, что у поставщика *A*2 осталось 230 тонн груза

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункты  отправления | Пункты назначения | | | |
| *В*1  220 | *В*2  150 | *В*3  240 | *В*4  190 |
| *А*1  350 | 220 | 130 | - | - |
| *А*2  250 | - | 20 |  |  |
| *А*3  200 | - | - |  |  |

Шаг 4. Далее заполняется ячейка (*А*2, *В*3), так как теперь она находится на северо-западе нашей таблицы.

У поставщика *A*2 есть 230 тонн груза (20 тонн отдано *В*2), а потребителю *В*3 необходимо 240 тонн, поэтому в ячейке (*А*2, *В*3) ставится число 230, в остальных ячейках строки *А*2 ставятся прочерки, так как его запасы груза полностью исчерпаны.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункты  отправления | Пункты назначения | | | |
| *В*1  220 | *В*2  150 | *В*3  240 | *В*4  190 |
| *А*1  350 | 220 | 130 | - | - |
| *А*2  250 | - | 20 | 230 | - |
| *А*3  200 | - | - |  |  |

Шаг 5. Далее заполняется ячейка (*А*3, *В*3), так как теперь она находится на северо-западе нашей таблицы.

У поставщика *A*3 есть 200 тонн груза, а потребителю *В*3 необходимо лишь 10 тонн, поэтому в ячейке (*А*3, *В*3) ставится число 10.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункты  отправления | Пункты назначения | | | |
| *В*1  220 | *В*2  150 | *В*3  240 | *В*4  190 |
| *А*1  350 | 220 | 130 | - | - |
| *А*2  250 | - | 20 | 230 | - |
| *А*3  200 | - | - | 10 |  |

Шаг 6. Далее заполняется ячейка (*А*3, *В*4), так как теперь она находится на северо-западе нашей таблицы.

У поставщика *A*3 есть 190 тонн груза, а потребителю *В*4 необходимо именно 190 тонн, поэтому в ячейке (*А*3, *В*4) ставится число 190.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункты  отправления | Пункты назначения | | | |
| *В*1  220 | *В*2  150 | *В*3  240 | *В*4  190 |
| *А*1  350 | 220 | 130 | - | - |
| *А*2  250 | - | 20 | 230 | - |
| *А*3  200 | - | - | 10 | 190 |

1. Определим суммарную стоимость по полученному плану.

Для этого необходимо количество груза умножить на соответствующую стоимость его перевозки (стоимость перевозки дана в матрице).

*z*=220·4+130·5+20·2+230·1+10·4+190·2=880+650+40+230+40+380=2220 у.е

Перейдем к анализу полученного плана. Необходимо проверить его на вырожденность и оптимальность.

1. Проверить план на вырожденность.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункты  отправления | Пункты назначения | | | |
| *В*1  220 | *В*2  150 | *В*3  240 | *В*4  190 |
| *А*1  350 | 220 | 130 | - | - |
| *А*2  250 | - | 20 | 230 | - |
| *А*3  200 | - | - | 10 | 190 |

Проверка плана на врожденность осуществляется по формуле:

*N*=*m*+*n*-1, (2)

где *N* - количество заполненных ячеек (заполненные ячейки называются базисными);

*m* - количество строк;

*n* - количество столбцов.

В рассматриваемом примере: 6=3+4-1, 6=6, следовательно данное решение не вырожденное и дополнительных операций не требуется.

В случае, когда условие (2) не выполняется, то решение является вырожденным. Необходимо поставить фиктивную перевозку с количеством перевозимого груза 0.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункты  отправления | Пункты назначения | | | | |
| *В*1  50 | *В*2  50 | *В*3  50 | *В*4  50 | *В*5  30 |
| *А*1  50 | 50 | - | - | - | - |
| *А*2  70 | - | 50 | 20 | - | - |
| *А*3  110 | - | - | 30 | 50 | 30 |





Тогда

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункты  отправления | Пункты назначения | | | | |
| *В*1  50 | *В*2  50 | *В*3  50 | *В*4  50 | *В*5  30 |
| *А*1  50 | 50 | - | - | - | - |
| *А*2  70 | 0 | 50 | 20 | - | - |
| *А*3  110 | - | - | 30 | 50 | 30 |

7=3+5-1, 7=7, решение не вырожденное.

1. Проверить оптимальность плана перевозок с помощью метода потенциалов.

Проверка начального плана перевозок на оптимальность производится с помощью метода потенциалов. Для этого каждой строке присваиваем потенциал *ui,* а столбцу *-* *vj*.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункты  отправления | Пункты назначения | | | |  |
| *В*1  220 | *В*2  150 | *В*3  240 | *В*4  190 |  |
| *А*1  350 | 220 | 130 | - | - | *u*1 |
| *А*2  250 | - | 20 | 230 | - | *u*2 |
| *А*3  200 | - | - | 10 | 190 | *u*3 |
|  | *v*1 | *v*2 | *v*3 | *v*4 |  |

Вычислим потенциалы по **БАЗИСНЫМ** клеткам, исходя из условия:

*Δсij*=c*ij*-(*ui*+*vj*), (3)

где c*ij* - стоимость перевозки .

Составим систему линейных уравнений:



Получили систему линейных алгебраических уравнений, которая содержит 7 неизвестных (*u*1, *u*2, *u*3, *v*1, *v*2, *v*3 и *v*4).

Система линейных алгебраических уравнений имеет решение в том случае, когда количество уравнений равно количеству неизвестных. Чтобы это условие было соблюдено, принимаем, что *u*1=0, тогда:

   

  

На основе полученных потенциалов, вычисляем оценку всех небазисных (свободных) ячеек, используя условие 3.



На основании полученных оценок для небазисных (свободных) ячеек можно сделать вывод, что полученный ранее план не является оптимальным, так как среди чисел *Δсij* есть отрицательные и его можно улучшить.

План будет считаться оптимальным только тогда, когда все числа *Δсij*˃0.

Для того чтобы улучшить план необходимо ввести ячейку с отрицательной оценкой. В рассматриваемом примере две отрицательные оценки. Это  и . Среди нескольких отрицательных оценок для ввода в базисный набор выбирается ячейка с наибольшей по модулю отрицательной оценкой (,). Для ввода в базисный набор выбираем ячейку (3.2). Для этого необходимо построить цикл.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункты  отправления | Пункты назначения | | | |  |
| *В*1  220 | *В*2  150 | *В*3  240 | *В*4  190 |  |
| *А*1  350 | 220 | 130 | - | - | *u*1 |
| *А*2  250 | - | 20  - | 230  + | - | *u*2 |
| *А*3  200 | - | -  + | 10  - | 190 | *u*3 |
|  | *v*1 | *v*2 | *v*3 | *v*4 |  |

Улучшим этот план с помощью перераспределения поставок по циклу, обозначенному в таблице пунктиром, на величину x=min(20,10)=10 (где "+" прибавляем, где "-" отнимаем), получим следующую таблицу:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Пункты  отправления | Пункты назначения | | | |  |
| *В*1  220 | *В*2  150 | *В*3  240 | *В*4  190 |  |
| *А*1  350 | 220 | 130 | - | - | *u*1 |
| *А*2  250 | - | 10 | 240 | - | *u*2 |
| *А*3  200 | - | 10 | - | 190 | *u*3 |
|  | *v*1 | *v*2 | *v*3 | *v*4 |  |

Определим суммарную стоимость по полученному плану.

Для этого необходимо количество груза умножить на соответствующую стоимость его перевозки (стоимость перевозки осталась неизменной).

*z*=220·4+130·5+10·2+240·1+10·1+190·2=880+650+20+240+10+380=1940 у.е

Полученный план, необходимо проверить на вырожденность и оптимальность (см. п.4 и п.5).

6=4+3-1, 6=6

 



В полученной таблице все разности *Δсij* ≥ 0 , следовательно, план оптимален.