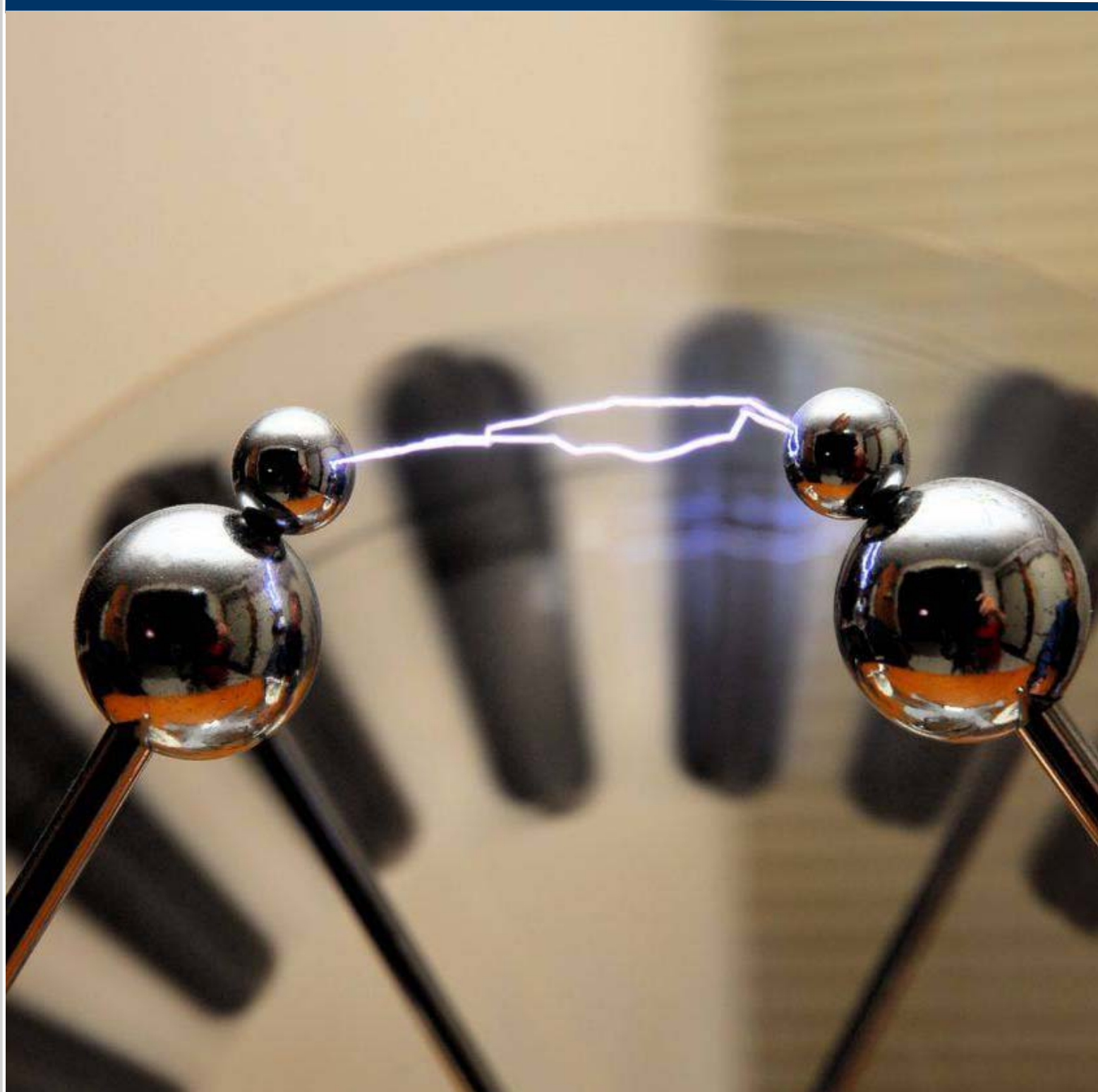


Виртуальный курс физики

Электричество и магнетизм

Электростатика. Задачи для самостоятельного решения



ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Электростатика

Рекомендации по решению задач

Одна из задач электростатики – определение вектора напряженности поля, созданного системой неподвижных заряженных тел в любой точке пространства. При решении задач на нахождение напряженности электростатического поля, если задано распределение зарядов, создающих это поле, могут встретиться следующие случаи:

- а) поле образовано одним или несколькими точечными зарядами. В этом случае используют формулу для напряженности поля, созданного точечным зарядом, и принцип суперпозиции электрических полей: напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, созданных отдельными зарядами;
- б) поле создано зарядами, которые не являются точечными, но распределены равномерно по сферическим поверхностям. В этом случае напряженность поля внутри заряженной сферы равна нулю, а вне нее выражается формулой, аналогичной формуле для точечного заряда, сосредоточенного в центре сферы.

Если вектор напряженности известен, то без труда можно найти электростатические силы взаимодействия зарядов и, следовательно, установить возможность или невозможность равновесия заряженного тела в данной точке поля.

Силы взаимодействия зарядов подчиняются принципу независимости действия, что позволяет находить равнодействующую нескольких кулоновских сил по правилам геометрического сложения векторов. Кулоновские силы взаимодействия – это центральные силы. Они изменяются обратно пропорционально квадрату расстояния между центрами взаимодействующих тел.

Электростатическое поле потенциально, так как работа по перемещению заряженного тела между любыми двумя точками поля не зависит от формы траектории и определяется лишь координатами этих точек. Работа кулоновских сил при перемещении любого заряда по замкнутой траектории всегда равна нулю.

Энергетическая характеристика точки или точек электростатического поля (потенциал или разность потенциалов) упрощает расчеты, так как она является не векторной, как напряженность, а скалярной величиной. Если в данной точке имеется поле, созданное несколькими зарядами, то потенциалы в этой точке суммируются алгебраически, а не геометрически. Такое сложение – задача более простая, чем сложение векторов.

Если тела, обладающие разными электрическими потенциалами, соединяются проводниками, то перераспределение электрических зарядов происходит до тех пор, пока потенциалы всех соединенных тел не станут одинаковыми. При этом соблюдается закон сохранения электрического заряда, согласно которому при соприкосновении заряженных тел происходят нейтрализация равного числа разноименных зарядов и перераспределение оставшегося заряда, при этом в металлах могут перемещаться только отрицательные заряды, т. е. электроны.

После того как вскрыты причины и закономерности электростатических взаимодействий тел и введены их силовые и энергетические характеристики, решение электростатических задач проводится по тем же схемам, что и в механике взаимодействующих материальных тел.

Основные законы и соотношения

$$q = ne$$

– заряд; $n = 1, 2, 3, \dots$; e – элементарный заряд.

$$q_1 + q_2 + q_3 + \dots + q_n = \text{const},$$

где $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ – электрические заряды тел или частиц, образующих электрически изолированную систему.

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2},$$

– сила взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2 , находящихся на расстоянии r друг от друга в среде с диэлектрической проницаемостью ϵ ; ϵ_0 – электрическая постоянная ($\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м).

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q},$$

– напряженность электрического поля; \mathbf{F} – сила, действующая на положительный пробный заряд q .

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\epsilon r^2}$$

– напряженность электрического поля, созданного точечным зарядом q в точке поля, находящейся на расстоянии r от заряда; ϵ – диэлектрическая проницаемость среды.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\epsilon r^2} \text{ при } r > R,$$

– напряженность поля, созданного равномерно заряженным по поверхности шаром радиусом R , в точке, расположенной на расстоянии r от центра шара.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{\epsilon R^2} \text{ при } r = R,$$

$$E = 0 \text{ при } r < R$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i$$

– напряженность поля, созданного каждым из зарядов q_1, q_2, \dots, q_n .

$$\varphi = \frac{W_n}{q}$$

– потенциал поля; W_n – потенциальная энергия заряда q в данной точке поля.

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

– работа сил электростатического поля по перемещению заряда q между точками поля с потенциалами φ_1 и φ_2 .

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$$

– потенциал поля, созданного точечным зарядом q в точке поля, находящейся на расстоянии r от заряда, ϵ – диэлектрическая проницаемость среды.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_n = \sum_{i=1}^n \varphi_i$$

– потенциал электростатического поля, созданного системой n электрических зарядов, потенциалы которых в данной точке поля $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$.

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}$$

– напряженность поля; d – расстояние между точками поля с потенциалами φ_1 и φ_2 .

$$C = \frac{q}{\varphi}$$

– емкость уединенного проводника с зарядом q и потенциалом φ .

$$W = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

– энергия заряженного проводника; C – емкость; q – заряд, φ – потенциал уединенного проводника.

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

– взаимная емкость двух проводников с потенциалами φ_1 и φ_2 .

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$$

– емкость плоского конденсатора; ε_0 – электрическая проницаемость среды между обкладками; S – площадь обкладок; d – расстояние между ними.

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n,$$

– общая емкость параллельно соединенных конденсаторов C_1, C_2, \dots, C_n .

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_n},$$

– общая емкость последовательно соединенных конденсаторов C_1, C_2, \dots, C_n .

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\Delta\varphi^2}{2} = \frac{q\Delta\varphi}{2}$$

– энергия электрического поля конденсатора с зарядом q , емкостью C и разностью потенциалов $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Величину каждого из двух одинаковых точечных зарядов уменьшили в два раза, а расстояние между ними уменьшили в четыре раза. Найти отношение конечной силы их взаимодействия к начальной.

Ответ: 4.

2. Два одинаковых металлических шарика с зарядами 1 и 3 мкКл привели в соприкосновение и развели на расстояние, вдвое большее начального. Найти отношение начальной силы кулоновского взаимодействия шариков к конечной.

Ответ: 3.

3. Два одинаковых точечных заряда взаимодействуют в вакууме на расстоянии 10 см с такой же силой, как в скипидаре на расстоянии 7,1 см. Определить диэлектрическую проницаемость скипидара.

Ответ: 2.

4. На концах отрезка длиной 4 см расположены точечные заряды 6 и 3 мкКл. Найти силу, действующую на заряд 2 мкКл, помещенный в середине отрезка.

Ответ: 135 Н.

5. Два одинаковых шарика подвешены на нитях длиной 3 м и закреплены в одной точке. После того как шарикам сообщили заряды по 10 мкКл, нити образовали угол 60° . Найти массу шарика. Ответ привести в граммах.

Ответ: 17,3 г.

6. Два одинаковых шарика с зарядами по 4 мкКл подвешены на одной высоте на некотором расстоянии друг от друга. Какой заряд необходимо поместить между шариками на одинаковом расстоянии от них, чтобы нити висели вертикально? Ответ дать в микрокулонах.

Ответ: -1 мкКл.

7. Четыре одинаковых точечных заряда по 4 мкКл помещены в вершины квадрата. Какой заряд необходимо поместить в центр квадрата, чтобы система находилась в равновесии? Ответ привести в микрокулонах.

Ответ: $-3,82$ мкКл.

8. На точечный заряд 6 мкКл, помещенный в некоторую точку электрического поля, действует сила 0,3 Н. Какая сила будет действовать на заряд 2 мкКл, помещенный в ту же точку вместо первого?

Ответ: 0,1 Н.

9. Два одинаковых заряда величиной по 0,1 мкКл находятся в вакууме на расстоянии 12 см друг от друга. Какова напряженность поля в точке, расположенной на перпендикуляре, восставленном из середины прямой, соединяющей заряды и удаленной от этой прямой на 16 см?

Ответ: 60 кВ/м.

10. Найти расстояние между точечными зарядами, равными 8 и -3 мкКл, если в середине отрезка, соединяющего их, напряженность поля составляет 5,5 кВ/м.

Ответ: 8,46 м.

11. Напряженность поля, созданного положительным точечным зарядом, в точке A равна 36 В/м, а в точке B , расположенной в направлении той же силовой линии, -9 В/м. Найти напряженность в точке C , лежащей посередине между точками A и B .

Ответ: 16 В/м.

12. Расстояние между двумя точечными зарядами 7,5 и $-14,7$ нКл равно 5 см. Найти напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии 3 см от положительного заряда и 4 см от отрицательного.

Ответ: 112 кВ/м.

13. Найти напряженность поля на расстоянии 40 см от центра проводящей сферы радиусом 50 см и зарядом $-0,2$ мкКл.

Ответ: 0.

14. На двух проводящих концентрических сферах с радиусами 30 и 40 см находятся одинаковые заряды по 0,1 мкКл. Определить напряженность электрического поля на расстоянии 60 см от поверхности внешней сферы.

Ответ: 1800 В/м.

15. В трех вершинах квадрата со стороной 30 см находятся точечные заряды по 1 нКл. Определить напряженность поля в четвертой вершине квадрата.

Ответ: 191 В/м.

16. Диагонали ромба имеют длину 40 и 60 см. На концах короткой диагонали находятся точечные заряды 2 и 6 нКл, на концах длинной – заряды 3 и 12 нКл. Найти напряженность электрического поля в центре ромба.

Ответ: 1269 В/м.

17. В двух вершинах равностороннего треугольника помещены одинаковые заряды по 4 мкКл. Какой точечный заряд следует поместить в середину стороны, соединяющей заряды, чтобы напряженность поля в третьей вершине стала равной нулю? Ответ дать в микрокулонах.

Ответ: $-5,19$ мкКл.

18. Шарик массой 0,4 г и зарядом 0,5 мкКл подвешен на нити в однородном электрическом поле, силовые линии которого горизонтальны. На какой угол отклонится нить от вертикали, если напряженность поля 8 кВ/м? Ответ дать в градусах.

Ответ: 45°.

19. Шарик массой 1 г и зарядом 10 нКл висит на нити в однородном электрическом поле с напряженностью 1 МВ/м, направленной вниз под углом 60° к вертикали. Найти силу натяжения нити. Ответ привести в миллиньютонах.

Ответ: 17,3 мН.

20. Два одинаковых заряженных шарика подвешены на нитях равной длины в одной точке и погружены в жидкость. Плотность шариков и жидкости равна 1,6 и 0,8 г/см³ соответственно. Найти диэлектрическую проницаемость жидкости, если угол расхождения нитей в жидкости и воздухе одинаков. Заряды шариков равны.

Ответ: 2.

21. Два шарика одинакового радиуса и веса подвешены на двух нитях так, что их поверхности соприкасаются. Какой заряд необходимо сообщить шарикам, чтобы натяжение нитей стало равным 0,098 Н. Расстояние от точки подвеса до центра шарика равно 10 см. Вес каждого шарика составляет $5 \cdot 10^{-2}$ Н.

Ответ: 1,1 мкКл.

22. Плоский воздушный конденсатор подключили к источнику тока и погрузили в керосин с диэлектрической проницаемостью, равной 2. Найти отношение заряда, первоначально находившегося на обкладках конденсатора, к конечному заряду.

Ответ: 0,5.

23. Восемь заряженных капель ртути диаметром 2 мм и зарядом по 1 нКл каждая сливаются в одну каплю. Найти потенциал образовавшейся капли. Ответ привести в киловольтах.

Ответ: 36 кВ.

24. Диагонали ромба имеют длину 40 и 20 см. На концах длинной диагонали находятся точечные заряды –4 и –8 нКл, а на концах короткой – заряды 2 и 6 нКл. Найти потенциал поля в центре ромба.

Ответ: 180 В.

25. В вершинах острых углов прямоугольного равнобедренного треугольника находятся точечные заряды по 10 нКл, а в вершине прямого – заряд –30 нКл. Найти потенциал поля в середине гипотенузы, если ее длина 60 см.

Ответ: –300 В.

26. Найти потенциал металлического шара, если на расстоянии 50 см от его центра потенциал поля равен 400 В, а на расстоянии 40 см от поверхности он составляет 250 В.

Ответ: 500 В.

27. Во сколько раз увеличится емкость плоского воздушного конденсатора, пластины которого расположены вертикально, если конденсатор погрузить наполовину в жидкий диэлектрик с диэлектрической проницаемостью, равной 5?

Ответ: в три раза.

28. Воздушный конденсатор емкостью 8 мкФ заполняют веществом с диэлектрической проницаемостью, равной 5. Конденсатор какой емкости следует включить последовательно с данным, чтобы такая батарея вновь имела емкость 8 мкФ? Ответ дать в микрофарадах.

Ответ: 10 мкФ.

29. Определить потенциал металлического шарика радиусом 2 см и зарядом –40 нКл на расстоянии 1 см от его центра.

Ответ: –18 В.

30. Воздушный конденсатор зарядили до напряжения 210 В и, отключив от источника, подключили параллельно к такому же конденсатору с диэлектриком из стекла. Найти диэлектрическую проницаемость стекла, если напряжение на батарее оказалось равным 30 В.

Ответ: 6.

31. Плоский конденсатор зарядили так, что напряженность поля в нем составила 300 В/м и, не отключая от источника тока, уменьшили расстояние между пластинами в три раза. Определить конечную напряженность поля в конденсаторе.

Ответ: 900 В/м.

32. Конденсатор емкостью 2 мкФ зарядили до напряжения 220 В и, отключив от источника тока, подсоединили параллельно к незаряженному конденсатору. Найти его емкость, если он зарядился до напряжения 55 В. Ответ дать в микрофарадах.

Ответ: 6 мкФ.

33. Два последовательно соединенных конденсатора с емкостями 1 и 3 мкФ подключены к источнику тока с напряжением 220 В. Найти напряжение на первом конденсаторе.

Ответ: 165 В.

34. Плоский воздушный конденсатор зарядили и отключили от источника, а затем погрузили в керосин, диэлектрическая проницаемость которого равна двум. Определить отношение энергии, первоначально запасенной в конденсаторе, к конечной энергии.

Ответ: 2.

35. Энергия заряженного плоского конденсатора равна 20 мкДж. Отключив конденсатор от источника, вынули из него диэлектрик, совершив при этом работу 80 мкДж против сил электрического поля. Чему равна диэлектрическая проницаемость диэлектрика?

Ответ: 5.

36. Конденсатор заряжен до разности потенциалов 300 В и отключен от источника тока. Определить работу внешней силы, расходуемой на увеличение расстояния между пластинами конденсатора вдвое. Заряд конденсатора 100 мкКл. Ответ привести в миллиджоулях.

Ответ: 15 мДж.

37. Конденсатор емкостью 8 мкФ подключен к источнику тока напряжением 100 В. Вычислить работу, совершаемую внешней силой при вдвигании в конденсатор пластины с диэлектрической проницаемостью, равной 4. Пластина заполняет весь объем конденсатора.

Ответ: 0,12 Дж.

38. Два одинаковых плоских конденсатора емкостью 100 мкФ каждый заряжены до разности потенциалов 100 и 300 В соответственно. Какая энергия выделится при перераспределении заряда, если разноименные пластины конденсаторов соединить проводниками?

Ответ: 4 Дж.

39. К источнику постоянного тока напряжением 5 В подключена цепь из параллельно соединенных конденсаторов 5 и 2 мкФ и конденсатора емкостью 3 мкФ, включенного последовательно. Найти заряд конденсатора емкостью 2 мкФ. Ответ дать в микрокулонах.

Ответ: 3 мкКл.

40. Плоский воздушный конденсатор зарядили до напряжения 10 В и отключили от источника. Каким станет напряжение на конденсаторе, если расстояние между пластинами увеличить в пять раз?

Ответ: 50 В.

41. Два конденсатора емкостью 1 и 2 мкФ зарядили до напряжений 20 и 50 В и соединили параллельно одноименно заряженными пластинами. Найти напряжение на получившейся батарее.

Ответ: 40 В.

42. Два одинаковых воздушных конденсатора соединены последовательно и подключены к источнику тока. Один из них погружают в диэлектрик с диэлектрической проницаемостью, равной двум. Найти отношение заряда на конденсаторах в первом случае к аналогичной величине во втором случае.

Ответ: 0,75.

43. Два конденсатора емкостью 1 и 2 мкФ зарядили до напряжения 40 и 50 В соответственно и соединили параллельно разноименно заряженными пластинами. Найти напряжение на получившейся батарее.

Ответ: 20 В.

44. Анодное напряжение электронной лампы равно 180 В. С какой скоростью электрон подлетает к аноду, если его скорость около катода равна нулю? Масса электрона $9 \cdot 10^{-31}$ кг. Ответ дать в километрах в секунду.

Ответ: 8000 км/с.

45. Какую работу совершает однородное электрическое поле напряженностью 100 В/м при перемещении заряда 2 мкКл на 2 см в направлении, составляющем угол 60° с направлением силовых линий? Ответ дать в микроджоулях.

Ответ: 2 мкДж.

46. Какую работу требуется совершить, чтобы два точечных заряда 2 и 3 мкКл, находящихся в воздухе на расстоянии 60 см друг от друга, сблизить до расстояния 30 см?

Ответ: 0,09 Дж.

47. Электрон, прошедший разность потенциалов 100 В, влетает в плоский конденсатор вдоль его осевой линии. При каком наименьшем напряжении между пластинами конденсатора электрон не вылетит из него? Расстояние между пластинами 1 см, длина пластин 10 см.

Ответ: 2 В.

48. Частица массой 1 мг и зарядом $-0,5$ мКл, имеющая скорость 1 км/с, влетает в однородное электрическое поле напряженностью 100 В/м в направлении силовых линий поля. Какой путь она пролетит до остановки?

Ответ: 10 м.

49. Шарик массой 1,6 г и зарядом 40 нКл движется из точки с потенциалом 1400 В в точку, потенциал которой равен нулю. Найти начальную скорость шарика, если его конечная скорость 0,4 м/с.

Ответ: 0,3 м/с.

50. Сколько электронов содержит заряд пылинки массой 10^{-6} мг, если она находится в состоянии равновесия в плоском конденсаторе, заряженном до 500 В? Расстояние между пластинами 5 мм.

Ответ: 625.

51. На точечный заряд 0,2 мКл, помещенный между обкладками плоского воздушного конденсатора, действует сила 50 мкН. Найти напряжение на конденсаторе, если расстояние между обкладками 3 см?

Ответ: 7,5 В.

52. Электрон влетает в плоский конденсатор параллельно обкладкам и на пути 4 см по горизонтали отклоняется на 2 мм по вертикали. Напряженность электрического поля конденсатора 20 В/м. Найти кинетическую энергию электрона в момент влета в конденсатор. Ответ привести в электрон-вольтах.

Ответ: 4 эВ.

53. Какой должна быть напряженность электрического поля в вакууме, чтобы находящийся в нем электрон получил ускорение $2 \cdot 10^{12}$ м/с²? Через какое время электрон приобретет скорость $5 \cdot 10^6$ м/с? Начальная скорость электрона равна нулю.

Ответ: 11 В/м, через 2,5 мкс.