

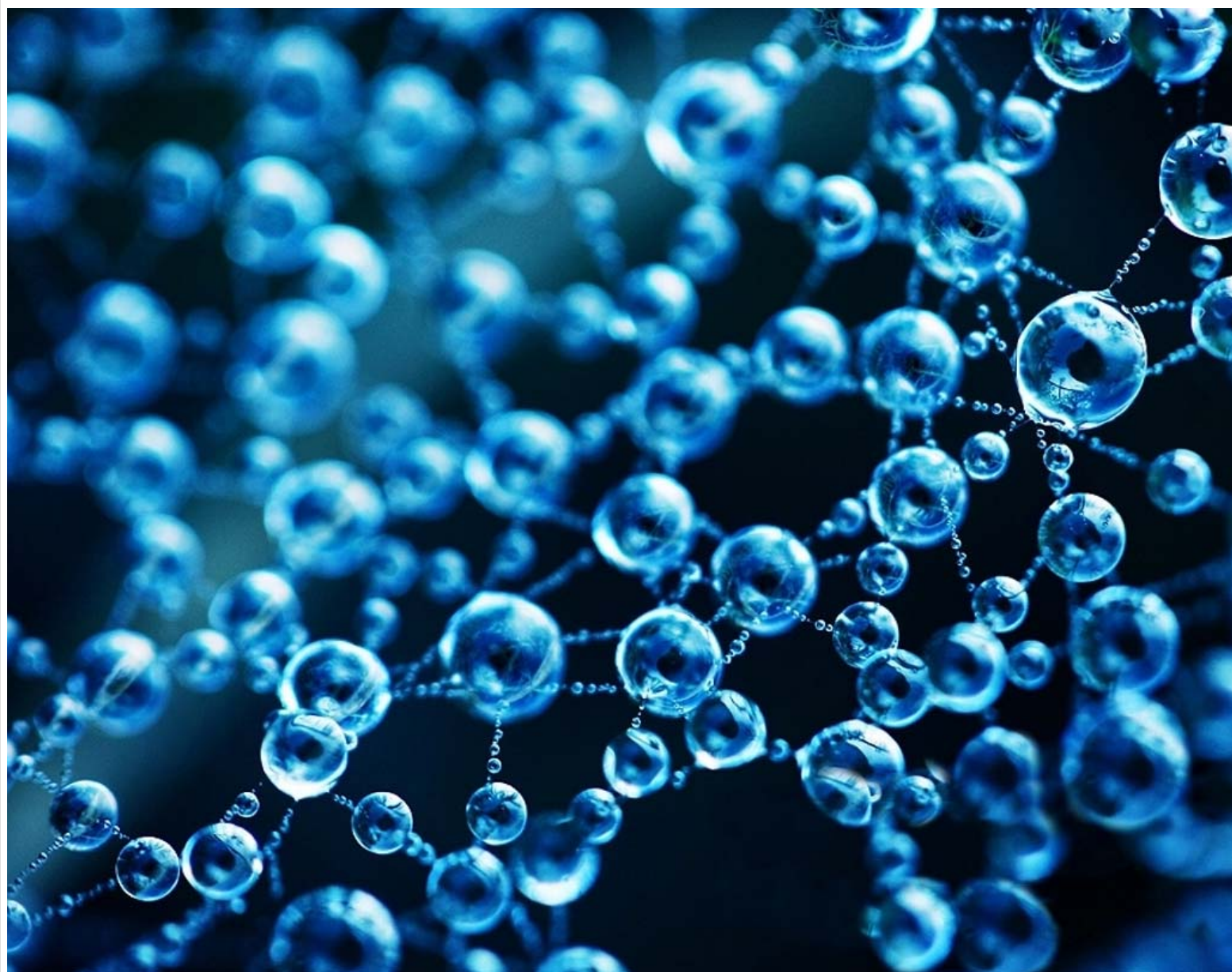
Виртуальный курс физики

МОЛЕКУЛЯРНАЯ

ФИЗИКА

И ТЕРМОДИНАМИКА

Основы молекулярно-кинетической
теории. Идеальные газы. Задачи с
решениями



МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Основы молекулярно-кинетической теории

Идеальные газы

Задачи с решениями

З а д а ч а 1. Найти объем двух молей кислорода и концентрацию его молекул, если давление кислорода 0,4 МПа, а средняя квадратическая скорость молекул равна 600 м/с.

Дано: $p = 0,4$ МПа, $u = 600$ м/с, $\nu = 2$ моля, $\mu = 0,032$ кг/моль
$V = ?$

Решение. Для решения задачи воспользуемся основным уравнением молекулярно-кинетической теории

$$p = \frac{1}{3} m_0 n u^2.$$

Отсюда концентрация газа

$$n = \frac{3p}{m_0 u^2}.$$

Если учесть, что $m_0 = \frac{\mu}{N_A}$, то

$$n = \frac{3p N_A}{\mu u^2} = \frac{3 \cdot 0,4 \cdot 10^6}{0,032 \cdot 600^2} = 6,27 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Объем газа

$$V = \frac{N}{n} = \frac{\nu N_A}{n} = \frac{2 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{6,27 \cdot 10^{25}} = 0,0192 \text{ м}^3.$$

Ответ: $V = 6,27 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$, $0,0192 \text{ м}^3$.

З а д а ч а 2. В трубке, заполненной газом и запаянной с одного конца, находится столбик ртути. При горизонтальном положении трубки столбик газа имеет длину 10 см, а в вертикальном (запаянный конец находится вверху) – длину 15 см. Найти длину l_3 столбика газа, если трубка наклонена под углом 60° к вертикали.

Дано:
 $l_1 = 10 \text{ см}$,
 $l_2 = 15 \text{ см}$
 $l_3 = ?$

Решение. В первом положении (рис. 6.1, а) давление воздуха в трубке равно атмосферному давлению: $p_1 = p_0$. Во втором положении (рис. 6.1, б) это давление равно разности $p_2 = p_0 - \rho gh$, где h – высота ртутного столбика в трубке. Так как $T = \text{const}$, находим

$$p_1 V_1 = p_2 V_2.$$

Учитывая, что $V_1 = Sl_1$ и $V_2 = Sl_2$ (S – площадь поперечного сечения трубки), имеем

$$p_0 l_1 = (p_0 - \rho gh) l_2.$$

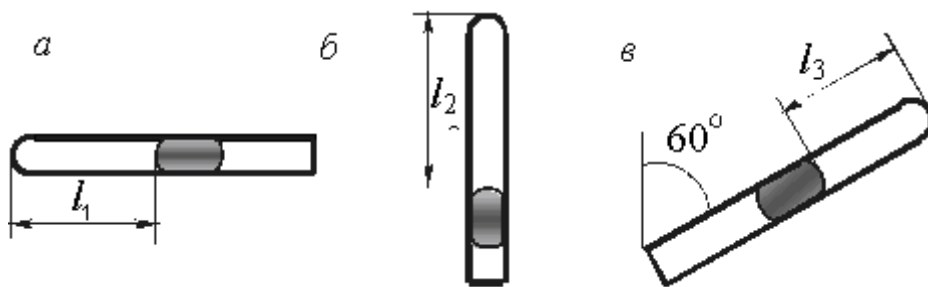


Рис. 6.1

Отсюда

$$p_0 = \frac{\rho gh l_2}{l_2 - l_1}.$$

В третьем положении (рис. 6.1, в) часть веса ртутного столбика уравновешена реакцией стенок трубки, поэтому

$$p_3 = p_0 - \rho gh \cos 60^\circ.$$

Так как $T_1 = T_3$, получаем

$$p_1 V_1 = p_3 V_3,$$

или

$$p_0 l_1 = (p_0 - \rho gh \cos 60^\circ) l_3.$$

Выразим отсюда атмосферное давление p_0 :

$$p_0 = \frac{\rho g h l_3 \cos 60^\circ}{l_3 - l_1}.$$

Решая совместно оба уравнения для p_0 , находим

$$l_3 = \frac{l_1 l_2}{l_2 - (l_2 - l_1) \cos 60^\circ} = \frac{10 \cdot 15}{15 - (15 - 10) \cdot 0,5} = 12 \text{ см.}$$

Ответ: $l_3 = 12$ см.

З а д а ч а 3. При температуре 200 К и давлении 10^5 Па газ занимает объем 2 м^3 . После изотермического сжатия до объема V_2 и давления p_2 газ изобарно нагревают до 600 К, а затем изотермически доводят его объем до $1,5 \text{ м}^3$. Найти конечное давление газа p_4 .

<p>Дано:</p> <p>$T_1 = 200 \text{ К}, p_1 = 10^5 \text{ Па},$ $V_1 = 2 \text{ м}^3, T_2 = T_1,$ $T_3 = 600 \text{ К}, p_3 = p_2,$ $T_4 = T_3, V_4 = 1,5 \text{ м}^3$</p> <hr/> <p>$p_4 = ?$</p>	
---	--

Решение. При изотермическом процессе $p_1 V_1 = p_2 V_2$. Следовательно, после первого изотермического сжатия объем газа станет равным

$$V_2 = p_1 \frac{V_1}{p_2}.$$

При изобарном процессе $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3}$, поэтому

$$V_3 = V_2 \frac{T_3}{T_2}.$$

После второго изотермического процесса

$$p_4 = p_3 \frac{V_3}{V_4}.$$

Подставляя в эту формулу в выражения для V_3 , а затем для V_2 , получаем

$$p_4 = \frac{p_3 V_2 T_3}{V_4 T_2} = \frac{p_1 V_1 T_3}{V_4 T_2} = \frac{600 \cdot 10^5 \cdot 2}{1,5 \cdot 200} = 4 \cdot 10^5 \text{ Па.}$$

Ответ: $p_4 = 4 \cdot 10^5$ Па.

З а д а ч а 4. В цилиндре (рис. 6.2), разделенном поршнем A на две части, находится воздух с массой $4m$ и m при одинаковой температуре. На сколько сантиметров сместится поршень A , если поршень B сдвинуть вправо на 5 см? При равновесии в цилиндре устанавливается первоначальная температура.

Дано:
 $T_2 = T_1, m_1 = 4m, m_2 = m,$
 $p_2 = p_1, \Delta l = 5 \text{ см}$

 $\Delta l_A = ?$

Решение. Запишем уравнение Менделеева–Клапейрона для газа, находящегося в левой части цилиндра:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{m_1 R}{\mu} \quad \text{или} \quad \frac{m_1}{V_1} = \frac{p_1 \mu}{T_1 R}.$$

Аналогично для газа в правой части имеем

$$\frac{m_2}{V_2} = \frac{p_2 \mu}{T_2 R}.$$

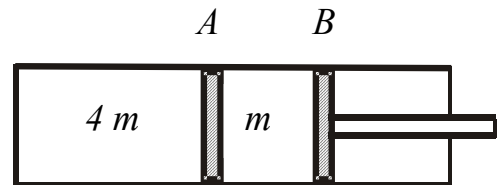


Рис. 6.2

Так как по условию $T_2 = T_1$ и $p_2 = p_1$ (поршень может находиться в равновесии только в случае, если $p_2 = p_1$), имеем

$$\frac{m_1}{V_1} = \frac{m_2}{V_2}, \quad V_2 = V_1 \frac{m_2}{m_1} = \frac{V_1}{4}.$$

После перемещения поршня B на $\Delta l = 5$ см поршень A займет некоторое положение, и между объемами левой и правой частей цилиндра установится соотношение

$$V_1' = 4V_2' \quad \text{или} \quad V_1 + \Delta V_1 = 4(V_2 + \Delta V_2),$$

поэтому

$$4V_2 + \Delta V_1 = 4V_2 + 4\Delta V_2, \quad \Delta V_2 = \frac{\Delta V_1}{4}.$$

Очевидно, что

$$\Delta V_2 = S\Delta l_2 \quad \text{и} \quad \Delta V_1 = S\Delta l_1.$$

Тогда

$$\Delta l_2 = \frac{\Delta l_1}{4},$$

где S – площадь поршня; Δl_1 – перемещение поршня A ; Δl_2 – перемещение поршня B относительно поршня A .

Нетрудно видеть, что

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 = \Delta l_1 + \frac{\Delta l_1}{4} = \frac{5\Delta l_1}{4}.$$

Отсюда

$$\Delta l_1 = \frac{4\Delta l}{5} = \frac{4 \cdot 5}{5} = 4 \text{ см.}$$

Ответ: $\Delta l_A = 4 \text{ см.}$

З а д а ч а 5. Найти плотность смеси из 28 г азота и 16 г кислорода при давлении 760 мм рт. ст. и температуре 27 °С, считая газы идеальными.

Дано:
 $m_{\text{N}_2} = 28 \text{ г}, m_{\text{O}_2} = 16 \text{ г},$
 $p = 760 \text{ мм рт. ст.} = 101292,8 \text{ Па},$
 $t = 27 \text{ °С} = 300 \text{ К},$
 $\mu_{\text{O}_2} = 0,032 \text{ кг/моль},$
 $\mu_{\text{N}_2} = 0,028 \text{ кг/моль}$

 $\rho = ?$

Решение. По закону Дальтона давление смеси газов $p = p_{\text{N}_2} + p_{\text{O}_2}$. Выразив давления азота и кислорода уравнением Менделеева–Клапейрона, получим

$$p = \frac{m_{\text{N}_2}RT}{\mu_{\text{N}_2}V} + \frac{m_{\text{O}_2}RT}{\mu_{\text{O}_2}V}.$$

Отсюда объем газа

$$V = \left(\frac{m_{\text{N}_2}}{\mu_{\text{N}_2}} + \frac{m_{\text{O}_2}}{\mu_{\text{O}_2}} \right) \frac{RT}{p}.$$

Плотность смеси газов составляет

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{m_{\text{N}_2} + m_{\text{O}_2}}{V} = \frac{m_{\text{N}_2} + m_{\text{O}_2}}{\left(\frac{m_{\text{N}_2}}{\mu_{\text{N}_2}} + \frac{m_{\text{O}_2}}{\mu_{\text{O}_2}} \right) \frac{RT}{p}} = \\ &= \frac{0,028 + 0,016}{\left(\frac{0,028}{0,028} + \frac{0,016}{0,032} \right) \cdot \frac{8,31 \cdot 300}{101292,8}} = 1,19 \text{ кг/м}^3. \end{aligned}$$

Ответ: $\rho = 1,19 \text{ кг/м}^3$.

З а д а ч а 6. Цилиндр сечением 20 см^2 закрыт тяжелым поршнем массой 10 кг . При подъеме сосуда с некоторым ускорением объем газа под поршнем уменьшается в два раза. Найти ускорение, считая температуру газа неизменной, а атмосферное давление равным 10^5 Па .

Дано:

$$S = 20 \text{ см}^2, m = 10 \text{ кг},$$

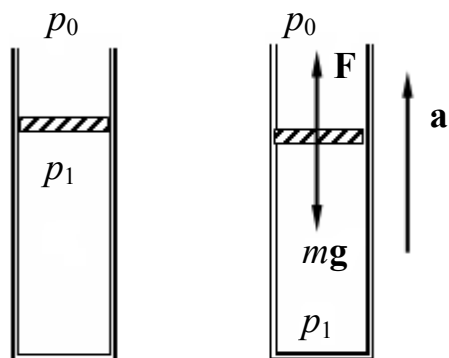
$$V_2 = \frac{V_1}{2}, p_0 = 10^5 \text{ Па}$$

$$a = ?$$

Решение. В случае если цилиндр неподвижен (рис 6.3), давление газа под поршнем составляет

$$p_1 = p_0 + \frac{mg}{S}.$$

При движении цилиндра на поршень действуют сила тяжести mg и сила F давления газа на поршень. Поэтому по второму закону Ньютона



Отсюда

$$ma = F - mg.$$

$$F = m(g + a).$$

В соответствии с третьим законом Ньютона сила F , действующая на газ со стороны поршня, равна по величине силе F , и давление газа под поршнем

Рис. 6.3

$$p_2 = p_0 + \frac{F}{S} = p_0 + \frac{m(g + a)}{S}.$$

Так как температура газа не изменяется, имеем

$$p_1 V_1 = p_2 V_2,$$

или

$$\left(p_0 + \frac{mg}{S} \right) V_1 = \left(p_0 + \frac{m(g + a)}{S} \right) V_2 = \left(p_0 + \frac{m(g + a)}{S} \right) \frac{V_1}{2}.$$

Отсюда

$$2p_0 + \frac{2mg}{S} = p_0 + \frac{m(g + a)}{S},$$

$$a = g + \frac{p_0 S}{m} = 9,81 + \frac{10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-4}}{10} = 29,8 \text{ м/с}^2.$$

Ответ: $a = 29,8 \text{ м/с}^2$.

З а д а ч а 7. До какого давления накачан волейбольный мяч объемом 4 л за 30 закачиваний поршневым насосом, если при каждом закачивании в насос поступает порция атмосферного воздуха объемом 100 см³? Атмосферное давление 10⁵ Па.

Дано:

$$V = 4 \text{ л},$$

$$V_0 = 100 \text{ см}^3,$$

$$p_0 = 10^5 \text{ Па},$$

$$n = 30$$

$$p = ?$$

Решение. Первоначальное давление воздуха в мяче равно атмосферному p_0 . При каждом закачивании в мяч поступает порция воздуха массой m_0 , величину которой можно определить по уравнению Менделеева–Клапейрона

$$m_0 = \frac{p_0 V_0 \mu}{RT}.$$

За n нагнетаний в мяч поступит воздух массой

$$\Delta m = n m_0 = \frac{n p_0 V_0 \mu}{RT}.$$

При этом давление газа в мяче изменится на величину

$$\Delta p = \frac{\Delta m RT}{V \mu} = \frac{n p_0 V_0 \mu RT}{V \mu RT} = \frac{n p_0 V_0}{V},$$

а созданное в нем давление воздуха станет равным

$$p = p_0 + \Delta p = 10^5 + \frac{30 \cdot 10^5 \cdot 100 \cdot 10^6}{0,004} = 175 \text{ кПа}.$$

Ответ: $p = 175 \text{ кПа}$.

