



Виртуальный курс физики

МЕХАНИКА

**Лекция 3. Работа, мощность, энергия.
Законы сохранения в механике**

ТЕОРИЯ, ЗАДАЧИ, ПОДГОТОВКА К ЕГЭ

Уважаемые друзья!

Вы выбрали Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I и поступили, несомненно, правильно!

Наш университет основан в 1809 году. Это старейший инженерный транспортный вуз России. Это "особенный институт" - так в манифесте назвал его Император Александр I.

Для того, чтобы успешно пройти вступительные испытания и стать студентом одного из лучших технических вузов России, необходимо иметь высокую подготовку по физике.

Как правило, уровень подготовки выпускников школ не всегда соответствует требованиям, предъявляемым к поступающим в высшие учебные заведения. Повысить этот уровень и качественно подготовиться к вступительным испытаниям по физике в технический университет помогут преподаватели факультета довузовской подготовки.

Факультет довузовской подготовки организует и проводит курсы по подготовке к поступлению в вуз по программам, соответствующим требованиям ЕГЭ.

Занятия проводятся по очной и заочной формам обучения. Занятия по очной форме обучения проводятся в дневное время - с 16.25 (тел. 457-84-04), и в вечернее время - с 18.00 (тел. 457-87-83). Мы с удовольствием ответим на все Ваши вопросы.

Факультет довузовской подготовки

***Курс дистанционного обучения по физике
изложен в авторской редакции доцента
Петербургского государственного
университета путей сообщения Императора
Александра I
Кытина Юрия Александровича***

МЕХАНИКА

Лекция 3.

Тема: Работа, мощность, энергия. Законы сохранения в механике.

3.1. Механическая работа, мощность

Механической работой A , совершаемой постоянной силой \vec{F} на перемещении $\Delta\vec{r}$ материальной точки называется физическая скалярная величина, равная:

$$A = F\Delta r \cdot \cos\alpha,$$

где α – угол между векторами силы и перемещения (рис. 3.1).

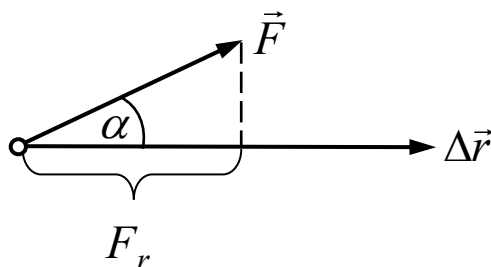


Рис. 3.1

В прямоугольной декартовой системе координат выражение для работы можно записать в следующем виде:

$$A = F_x\Delta x + F_y\Delta y + F_z\Delta z,$$

где F_x, F_y, F_z – проекции силы \vec{F} , а $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – проекции вектора перемещения $\Delta\vec{r}$ на координатные оси X, Y, Z соответственно.

Работа силы положительна ($A > 0$), если угол между направлением вектора силы и направлением вектора перемещения материальной точки находится в пределах $0 \leq \alpha < 90^\circ$.

Работа силы равна нулю $A = 0$, если материальная точка перемещается в направлении, перпендикулярном к направлению действия силы, т. е. при $\alpha = 90^\circ$.

Работа силы отрицательна ($A < 0$), если угол между направлением силы и направлением перемещения тупой ($90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$), так как в этом случае $\cos\alpha < 0$. В частности, если перемещение происходит в сторону, противоположную направлению вектора силы, т. е. $\alpha = 180^\circ$, то $\cos\alpha = -1$, и $A = -F\Delta r$. Из этого следует что, работа силы трения является отрицательной.

Механическую работу при перемещении материальной точки под действием силы можно определить с помощью графика зависимости проекции силы на направление перемещения от модуля перемещения $F_r = F_r(\Delta r)$: работа численно равна заштрихованной площади (рис. 3.2) под линией графика. Этот вывод справедлив для любой зависимости $F_r = F_r(\Delta r)$ (рис. 3.3).

При совпадении направления перемещения с направлением вектора силы работа положительна ($A_1 > 0$). Если направления векторов силы и перемещения противоположны, то работа отрицательна ($A_2 < 0$).

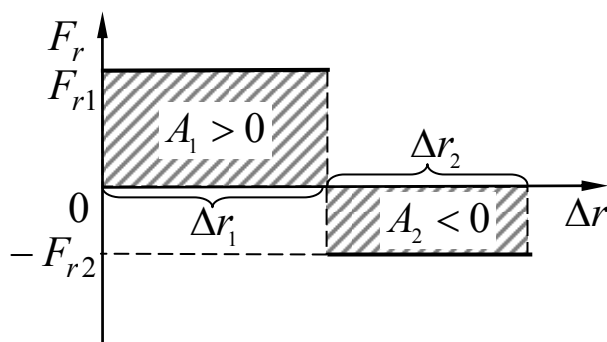


Рис. 3.2

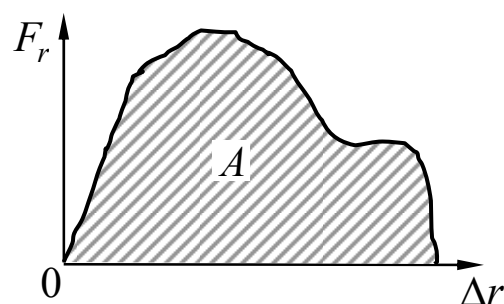


Рис. 3.3

Для прямолинейного движения без изменения направления скорости модуль вектора перемещения Δr материальной точки равен пройденному пути S , и поэтому работу можно вычислить по формуле:

$$A = FS \cos \alpha .$$

В случае, если на материальную точку действует несколько сил

$$\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n,$$

то полная работа этих сил на перемещении $\Delta \vec{r}$ равна алгебраической сумме работ, совершаемых каждой силой на этом перемещении:

$$A = \sum_{i=1}^n F_i \Delta r \cos \alpha_i = \sum_{i=1}^n A_i .$$

В системе единиц СИ работа измеряется в джоулях (Дж): $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Н} \cdot 1 \text{ м}$.

По характеру совершения работы различают потенциальные и непотенциальные силы. Силы, работа которых не зависит от вида траектории, по которой перемещается тело, а зависит только от начального и конечного положения тела, называются **потенциальными**. В механике к таким силам относятся силы тяготения и силы упругости. Силы, работа которых зависит от вида траектории, называются **непотенциальными**. К таким силам относятся силы трения.

Быстрота совершения работы характеризуется **мощностью**.

Средней мощностью $N_{\text{ср}}$ называется физическая скалярная величина, равная отношению работы A к длительности промежутка времени Δt , в течение которого совершается эта работа:

$$N_{\text{ср}} = \frac{A}{\Delta t}.$$

Так как $A = F\Delta r \cos \alpha$, то $N_{\text{ср}} = \frac{F\Delta r \cos \alpha}{\Delta t}$. В этом выражении

$\frac{\Delta r}{\Delta t} = v_{\text{ср}}$, где $v_{\text{ср}}$ – модуль средней скорости перемещения.

Следовательно, $N_{\text{ср}} = Fv_{\text{ср}} \cos \alpha$, где α – угол между векторами \vec{F} и \vec{v} .

Мощностью (мгновенной мощностью) N называется физическая скалярная величина, равная пределу, к которому стремится средняя мощность N при бесконечном уменьшении промежутка времени Δt

$$N = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{A}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F\Delta r \cos \alpha}{\Delta t}.$$

Это соотношение можно переписать следующим образом:

$$N = F \cos \alpha \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = Fv \cos \alpha,$$

где v – модуль мгновенной скорости, α – угол между векторами силы и скорости. Эта формула справедлива и для переменной силы.

Если на материальную точку действуют несколько сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n$, то

$$N = \sum_{i=1}^n F_i v \cos \alpha_i$$

где α_i – угол между векторами силы \vec{F}_i и скорости \vec{v} .

В системе единиц СИ мощность измеряется в ваттах ($Вт$): $1 Вт = 1 Дж/1с$.

Эффективность работы, совершаемой различными механизмами, характеризуется **коэффициентом полезного действия (КПД)**, который определяется следующим образом:

$$\eta = \frac{N_{\text{п}}}{N_3} \cdot 100\%, \quad \eta = \frac{A_{\text{п}}}{A_3} \cdot 100\%,$$

где $N_{\text{п}}, A_{\text{п}}$ – полезная мощность или работа механизма;

N_3, A_3 – затраченная механизмом мощность или работа.

3.2. Механическая энергия. Кинетическая энергия. Потенциальная энергия

Механической энергией $W_{\text{мех}}$ называется физическая скалярная величина, которая характеризует движение и взаимодействие тел и зависит от их скоростей и взаимного расположения. Количественно механическая энергия определяется максимальной работой, которая может быть совершена за счёт изменения скоростей тел и их взаимодействия, обусловленного взаимным расположением тел или частей одного и того же тела относительно друг друга.

Механическая энергия является суммой кинетической и потенциальной энергий.

Кинетической энергией $W_{\text{к}}$ материальной точки или тела называется часть механической энергии, которая зависит от скоростей их движения в данной инерциальной системе отсчета. Кинетическая энергия $W_{\text{к}}$ материальной точки (или поступательно движущегося тела) с массой m равна:

$$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2} \text{ или } W_{\text{к}} = \frac{p^2}{2m},$$

где v – модуль скорости материальной точки или центра масс тела,

$p = mv$ – модуль импульса материальной точки.

Кинетическая энергия $W_{\text{к}}$ механической системы, состоящей из n материальных точек или тел, равна сумме их кинетических энергий:

$$W_{\text{к}} = \sum_{i=1}^n W_{i\text{к}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}, \text{ или } W_{\text{к}} = \sum_{i=1}^n \frac{p_i^2}{2m_i}.$$

Мерой изменения кинетической энергии может служить работа всех сил, приложенных к данной точке или телу. Количественно эта работа определяется **теоремой о кинетической энергии**: изменение $\Delta W_{\text{к}}$ кинетической энергии тела при его переходе из одного механического состояния в другое равно работе всех сил, действующих на данную точку или тело:

$$A = \Delta W_{\text{к}} = W_{\text{к}2} - W_{\text{к}1},$$

где $W_{\text{к}2}$ – кинетическая энергия в конечном состоянии,

$W_{\text{к}1}$ – кинетическая энергия в начальном состоянии.

Действительно, в простейшем случае поступательного движения тела, когда векторы силы и перемещения направлены вдоль одной прямой в одну и ту же сторону, проекции силы \vec{F} , перемещения $\Delta \vec{r}$, ускорения \vec{a}

и скорости \vec{v} на ось OX будут одного знака и равны модулям самих векторов. Работа в этом случае равна $A = F\Delta r$. По второму закону Ньютона $F = ma$. При постоянной силе F модули перемещения Δr и скорости v тела связаны соотношением:

$$\Delta r = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a},$$

где v_1 и v_2 – модули векторов скоростей материальной точки или тела в начале и в конце рассматриваемого перемещения Δr .

Подставив выражение для Δr в формулу для работы, получим

$$A = F \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = ma \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = W_{к2} - W_{к1}.$$

Выражение в правой части последнего равенства представляет собой изменение кинетической энергии. Таким образом, работа всех сил, действующих на тело, является мерой изменения её кинетической энергии.

Действие сил, работа которых на данном участке траектории положительна, приводит к увеличению кинетической энергии тела ($W_{к2} > W_{к1}$).

Действие сил, работа которых на данном участке траектории отрицательна, приводит к уменьшению кинетической энергии тела ($W_{к2} < W_{к1}$).

Потенциальной энергией $W_{п}$ называется часть механической энергии, зависящая от взаимного расположения тел механической системы и их положения во внешнем поле потенциальных сил.

Практическое значение имеет не сама потенциальная энергия $W_{п}$, а ее изменение $\Delta W_{п}$. Вследствие этого начало отсчета $W_{п}$ (то есть положение системы тел, при котором $W_{п} = 0$) выбирается произвольно. Положение системы тел или тела, при котором $W_{п} = 0$, называется нулевым уровнем.

Мерой изменения потенциальной энергии при переходе системы тел или тела из одного механического состояния в другое служит работа потенциальных сил, с которыми тела системы взаимодействуют между собой. Работа A потенциальных сил равна изменению потенциальной энергии $\Delta W_{п}$ системы тел при ее переходе из одного механического состояния в другое, взятому с противоположным знаком:

$$A = -(W_{п2} - W_{п1}) = -\Delta W_{п},$$

где $W_{п1}$ и $W_{п2}$ - потенциальные энергии в состояниях 1 и 2.

Используя это соотношение, можно получить выражение для $W_{п}$ при различных потенциальных взаимодействиях. Для этого необходимо

вычислить работу A , совершаемую соответствующими потенциальными силами при переходе тела из одного состояния в другое, и приравнять ее к изменению потенциальной энергии $\Delta W_{\text{п}}$, взятому с противоположным знаком.

а) Потенциальная энергия гравитационного взаимодействия тела массой m с Землей.

Работа, совершаемая силой тяжести $m\vec{g}$ при перемещении тела из точки 1, находящейся на высоте h_1 от начала отсчета высоты, в точку 2, находящейся на высоте h_2 , как видно из рис. 3.4, равна

$$A_{12} = mg\Delta r = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2.$$

Приравнявая полученное выражение изменению потенциальной энергии, взятому с противоположным знаком, получаем:

$$mgh_1 - mgh_2 = -(W_{\text{п}2} - W_{\text{п}1}) = W_{\text{п}1} - W_{\text{п}2}$$

Так как начальное и конечное положение тела выбраны произвольно, то это равенство справедливо для любых положений. Отсюда следует, что:

$$W_{\text{п}} = mgh,$$

где h – высота, на которой тело находится над нулевым уровнем энергии $W_{\text{п}} = 0$.

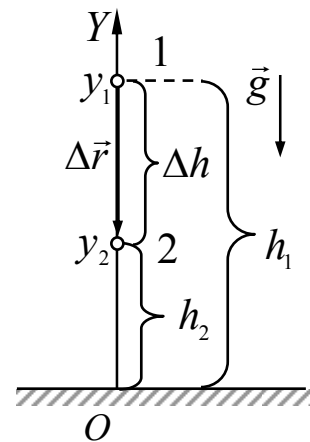


Рис. 3.4

б) Потенциальная энергия упругих взаимодействий.

Работа, совершаемая силами упругости при перемещении тела из положения 1 в положение 2 будет равна:

$$A_{12} = F_{\text{уп}}\Delta r$$

где $F_{\text{уп}}$ – среднее значение силы упругости на перемещении $\Delta\vec{r}$, Δr – модуль вектора перемещения.

Пусть тело массой m перемещается по гладкой горизонтальной поверхности под действием силы упругости из положения x_1 в положение x_2 (рис. 3.5). Из рисунка видно, что направление силы упругости $\vec{F}_{\text{уп}}$ и перемещения $\Delta\vec{r}$ совпадают ($\Delta r = x_2 - x_1$).

Сила упругости при движении тела изменяется от точки к точке. Если в начальной точке модуль силы был равен $F_{\text{уп}1} = kx_1$, то в конечной точке он стал равным $F_{\text{уп}2} = kx_2$.

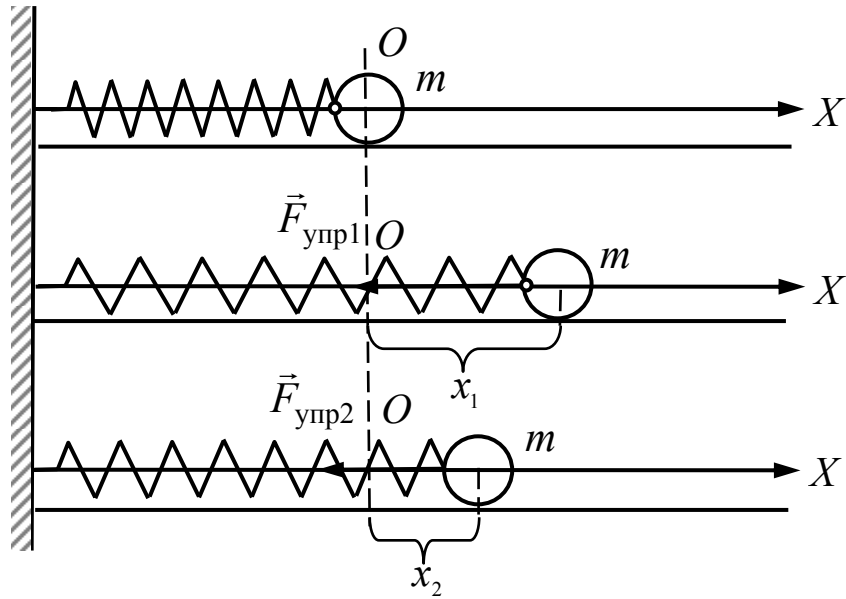


Рис. 3.5

Для вычисления работы используем график зависимости силы упругости от смещения x из положения равновесия (рис. 3.6).

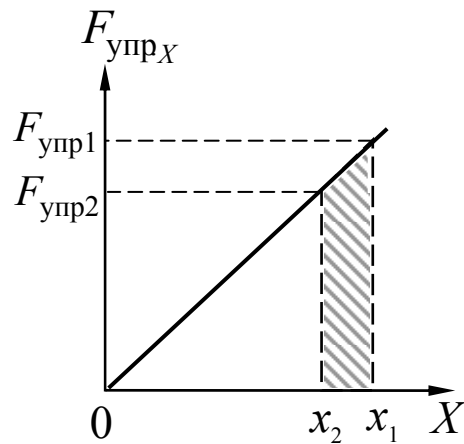


Рис. 3.6

Работа силы упругости при перемещении тела из положения x_1 в положение x_2 численно равна площади заштрихованной фигуры, которая представляет собой трапецию:

$$A = \frac{1}{2}(kx_1 + kx_2)(x_1 - x_2) = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}.$$

Так как $A = -\Delta W_{\text{п}}$, то

$$A = -\left(\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}\right) = -\Delta W_{\text{п}},$$

где $W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}$ величина, являющаяся потенциальной энергией упругой деформации.

Таким образом, работа силы упругости, подобно работе силы тяжести, равна убыли потенциальной энергии и определяется только координатами начального и конечного положений тела. Это означает, что сила упругости является потенциальной силой.

3.3. Закон сохранения механической энергии

В общем случае на тела механической системы могут действовать как потенциальные, так и непотенциальные силы, и полная работа, совершаемая при переходе системы из одного состояния в другое, будет равна

$$A = A_{\text{п}} + A_{\text{неп}}.$$

В соответствие с теоремой о кинетической энергии эта работа

$$A = \Delta W_{\text{к}} = W_{\text{к}2} - W_{\text{к}1}.$$

Работа же потенциальных сил определяется убылью потенциальной энергии

$$A_{\text{п}} = -\Delta W_{\text{п}} = W_{\text{п}1} - W_{\text{п}2}.$$

Таким образом,

$$A = -\Delta W_{\text{п}} + A_{\text{неп}}$$

или

$$\Delta W_{\text{к}} = -\Delta W_{\text{п}} + A_{\text{неп}}.$$

С учетом того, что $\Delta W_{\text{к}} = W_{\text{к}2} - W_{\text{к}1}$ получаем:

$$W_{\text{к}2} - W_{\text{к}1} = W_{\text{п}1} - W_{\text{п}2} + A_{\text{неп}}.$$

Полученное выражение можно записать в виде:

$$(W_{\text{к}2} + W_{\text{п}2}) - (W_{\text{к}1} + W_{\text{п}1}) = A_{\text{неп}}.$$

Выражения в скобках представляет собой механические энергии системы тел в начальном W_1 и конечном W_2 состояниях. Таким образом,

$$W_2 - W_1 = A_{\text{неп}},$$

то есть изменение механической энергии системы тел определяется работой непотенциальных сил.

Если в системе тел действуют только потенциальные силы, то $A_{\text{неп}} = 0$, и в этом случае $W_2 = W_1$. Этот вывод выражает собою закон **сохранения механической энергии**: полная механическая энергия системы тел, в которой действуют потенциальные силы, остается постоянной.

3.4. Закон сохранения импульса

В соответствии со вторым законом Ньютона, изменение импульса системы тел $\Delta\vec{p}$ в единицу времени равно сумме всех сил \vec{F}_i , действующих на эту систему

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \sum_i \vec{F}_i.$$

В общем случае на систему могут действовать как внутренние силы, так и внешние. Внутренние силы, с которыми тела системы взаимодействуют между собой, в соответствии с третьим законом Ньютона равны по модулю, противоположны по направлению и их геометрическая сумма равна нулю. Таким образом, изменения импульса системы определяется внешними силами:

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \sum_i \vec{F}_{\text{внеш } i}.$$

Если система тел является замкнутой, то есть внешние силы отсутствуют или их действие компенсировано, то изменение импульса $\Delta\vec{p} = 0$. Это означает, что импульс системы не изменяется. В этом и состоит **закон сохранения импульса**: *в инерциальной системе отсчета суммарный импульс замкнутой системы тел с течением времени не изменяется.*

Закон сохранения импульса может быть применен так же и для незамкнутых систем в случае, если проекции всех внешних сил на какую-либо координатную ось равны нулю. В этом случае сохраняется проекция импульса незамкнутой системы тел на эту ось.

Законы сохранения энергии и импульса позволяют изучать процессы столкновения тел, когда характер действующих при столкновении сил неизвестен. В механике, обычно, рассматривают два предельных вида таких взаимодействий тел: **абсолютно упругое** и **абсолютно неупругое** взаимодействия (абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары тел).

Абсолютно упругий удар – столкновение тел, при котором механическая энергия тел сохраняется. Значения и направления скоростей после взаимодействия тел определяются законом сохранения механической энергии и законом сохранения импульса, из которых следует, что для двух взаимодействующих тел:

$$1) \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \text{ или } m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 ;$$

$$2) W_{к1} + W_{к2} = W'_{к1} + W'_{к2} \text{ или } \frac{m_1v_1^2}{2} + \frac{m_2v_2^2}{2} = \frac{m_1v_1'^2}{2} + \frac{m_2v_2'^2}{2}.$$

где \vec{v}_1 и \vec{v}_2 - скорости тел массой m_1 и m_2 до их взаимодействия, а \vec{v}'_1 и \vec{v}'_2 – скорости тех же тел после взаимодействия.

Абсолютно неупругий удар – столкновение тел, после которого тела движутся вместе как единое целое с одинаковой скоростью.

В отличие от упругого взаимодействия, при абсолютно неупругом выполняется только закон сохранения импульса. Закон сохранения полной механической энергии не выполняется, так как часть этой энергии переходит во внутреннюю энергию системы. С учетом этого закон сохранения импульса для двух тел запишется следующим образом:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}.$$

Отсюда следует, что совместная скорость движения тел после соударения будет равна:

$$\vec{v} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{(m_1 + m_2)},$$

где $m_1\vec{v}_1$ и $m_2\vec{v}_2$ – импульсы тел до взаимодействия; $(m_1 + m_2)\vec{v}$ – импульс тела, образовавшегося в результате взаимодействия.

Изменение полной механической энергии системы ΔW в результате неупругого удара:

$$\Delta W = W'_k - (W_{k1} + W_{k2}), \text{ или } \Delta W_k = \frac{p_{12}^2}{2(m_1 + m_2)} - \frac{p_1^2}{2m_1} - \frac{p_2^2}{2m_2},$$

где $W_{k1} = \frac{p_1^2}{2m_1}$ и $W_{k2} = \frac{p_2^2}{2m_2}$ – кинетические энергии тел до

столкновения; $W'_k = \frac{p_{12}^2}{2(m_1 + m_2)}$ – кинетическая энергия тела,

образовавшегося в результате столкновения.

При неупругом ударе полная механическая энергия системы уменьшается. Этот результат не противоречит закону сохранения и превращения энергии. Дело в том, что при абсолютно неупругом ударе происходит деформация соударяющихся тел. Эта деформация сохраняется и после удара тел, поэтому она называется остаточной деформацией.

От авторов

Возникли трудности в усвоении теоретического курса или в его применении при решении конкретных задач, тестов – записывайтесь на наши курсы и мы поможем Вам подойти к экзамену во всеоружии.

Наш адрес:

190031, г. Санкт-Петербург, Московский проспект, дом 9, ПГУПС, факультет довузовской подготовки.

Наши телефоны отдела заочной формы обучения:

8 (931) 214-51-45;

8 (812) 457-88-07 .