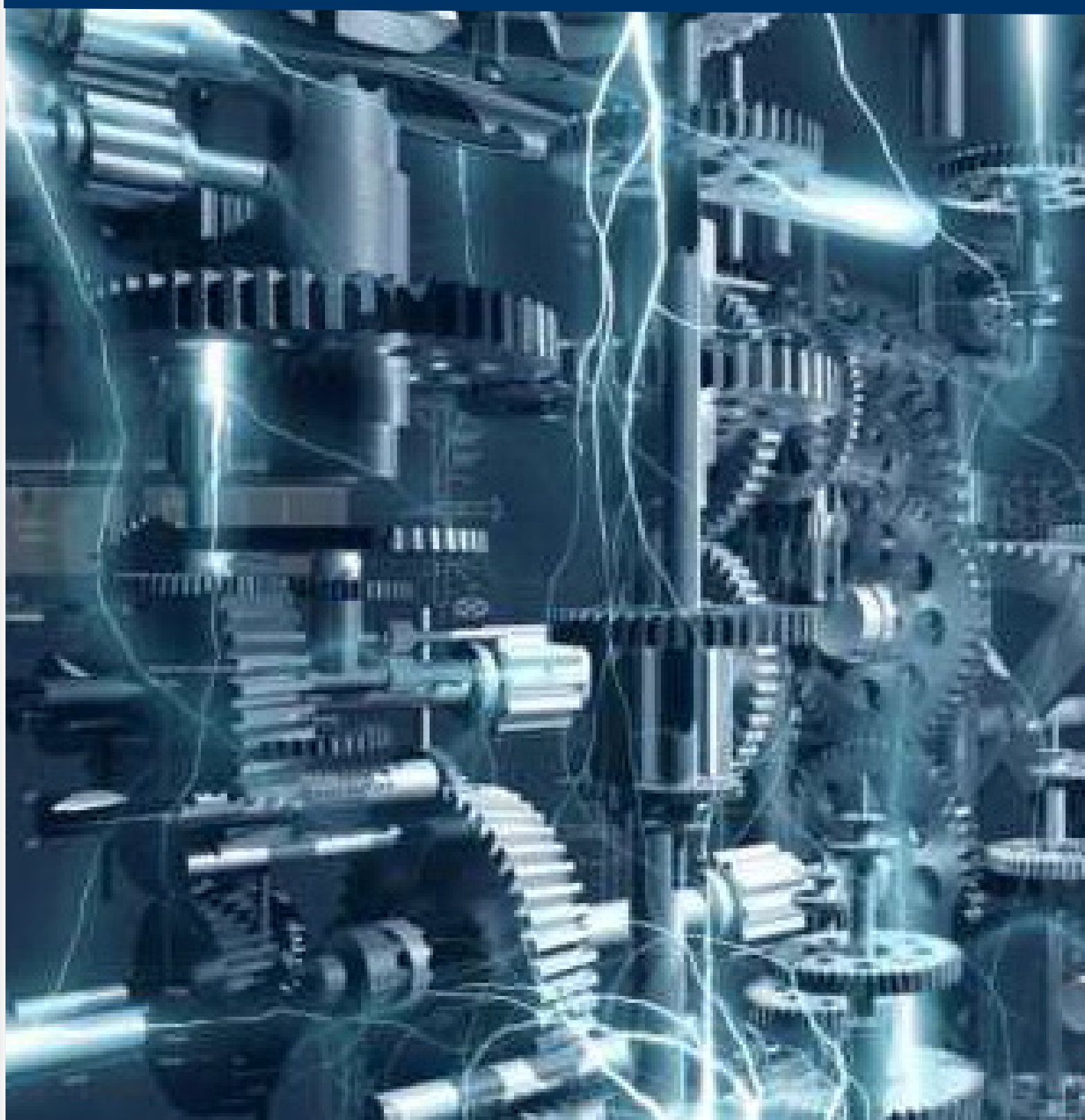


# Виртуальный курс физики

# МЕХАНИКА

Динамика. Задачи с решениями





# МЕХАНИКА

## Динамика

### Задачи с решениями

**Задача 1.** На автомобиль массой 1 т во время движения действует сила трения, равная 0,1 силы тяжести. Чему должна быть равна сила тяги, развиваемая двигателем, чтобы автомобиль двигался: а) равномерно; б) с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$ ?

Дано:  
 $m = 1 \text{ т} = 1000 \text{ кг}$ ,  
 $F_{\text{тр}} = 0,1 mg$ ,  
 $a = 2 \text{ м/с}^2$

$$F_{\text{т1}} = ? \quad F_{\text{т2}} = ?$$

*Решение.* На автомобиль действуют сила тяжести  $mg$ , сила реакции опоры  $\mathbf{N}$ , сила тяги  $\mathbf{F}_T$  и сила трения  $\mathbf{F}_{\text{тр}}$  (рис. 2.1). Запишем второй закон Ньютона в векторной форме:

$$\mathbf{F}_T + \mathbf{F}_{\text{тр}} + mg + \mathbf{N} = ma.$$

За положительное направление оси  $OX$  примем направление движения автомобиля.

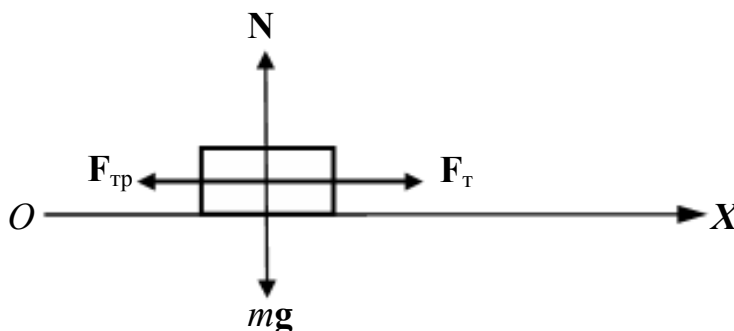


Рис. 2.1

Запишем второй закон Ньютона в проекциях на ось  $OX$ :

а) в первом случае (при равномерном движении) ускорение равно нулю, поэтому  $F_T - F_{\text{тр}} = 0$ . Следовательно,

$$F_{\text{т1}} = F_{\text{тр}} = 0,1 mg;$$

б) во втором случае (при движении с ускорением)

$$F_T - F_{\text{тр}} = ma.$$

Отсюда следует, что

$$F_{\text{т2}} = F_{\text{тр}} + ma = 0,1 mg + ma = m(0,1 g + a).$$

В результате вычислений имеем  $F_{T1} = 1$  кН,  $F_{T2} = 3$  кН.

Ответ:  $F_{T1} = 1$  кН,  $F_{T2} = 3$  кН.

**З а д а ч а 2.** Наклонная плоскость, образующая угол  $25^\circ$  с горизонтальной плоскостью, имеет длину 2 м. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за 2 с. Определить коэффициент трения.

Дано: $\alpha = 25^\circ$ , $s = 2$ м, $t = 2$ с <hr/> $\mu = ?$	<i>Решение.</i> На тело, скользящее по наклонной плоскости (рис. 2.2), действуют силы тяжести $mg$ , трения $F_{тр}$ , реакции опоры $N$ . В соответствии со вторым законом Ньютона
---	---

$$mg + N + F_{тр} = ma.$$

Выберем направления координатных осей и запишем уравнение движения тела в проекциях на оси  $OX$  и  $OY$ :

$$\begin{aligned} mgsin\alpha - F_{тр} &= ma, \\ N - mg \cos \alpha &= 0. \end{aligned}$$

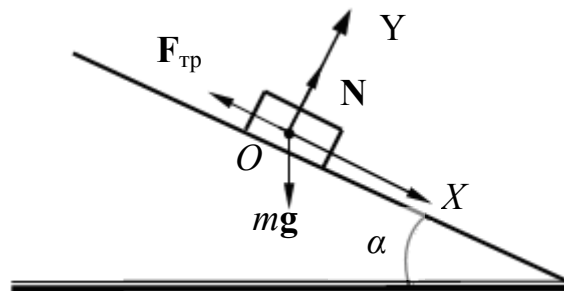


Рис. 2.2

Модуль силы реакции опоры

$$N = mg \cos \alpha,$$

а сила трения –

$$F_{тр} = \mu N = \mu mg \cos \alpha.$$

С учетом  $F_{тр}$  уравнение движения тела вдоль оси  $OX$  записываем таким образом:

$$mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma.$$

Отсюда следует, что

$$\mu = \frac{g \sin \alpha - a}{g \cos \alpha}.$$

Значение  $a$  можно найти из кинематических условий:

$$s = \frac{at^2}{2} \text{ или } a = \frac{2s}{t^2}.$$

Окончательное выражение для коэффициента трения имеет следующий вид:

$$\mu = \operatorname{tg} \alpha - \frac{2s}{gt^2 \cos \alpha}.$$

Постановка численных значений и проверка размерностей приводят к результату  $\mu = 0,35$ .

Ответ:  $\mu = 0,35$ .

**З а д а ч а 3.** Гирька массой 50 г, привязанная к нити длиной 25 см, описывает в горизонтальной плоскости окружность. Скорость вращения гирьки соответствует частоте 2 об/с. Найти натяжение нити и угол, образуемый нитью и вертикалью.

Дано:  
 $m = 50 \text{ г} = 0,05 \text{ кг},$   
 $l = 25 \text{ см} = 0,25 \text{ м},$   
 $\nu = 2 \text{ об/с}$   


---

 $T = ? \quad \alpha = ?$

*Решение.* На гирьку, движущуюся по окружности, действуют две силы – сила тяжести  $mg$  и сила натяжения нити  $T$  (рис. 2.3). Согласно второму закону Ньютона

$$mg + T = ma.$$

Так как гирька движется по окружности, ее ускорение является центростремительным и определяется выражением

$$a_{\text{цс}} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R.$$

В проекциях на оси координат второй закон Ньютона можно записать таким образом:

$$OX : T \sin \alpha = m \omega^2 R,$$

$$OY : T \cos \alpha - mg = 0.$$

Радиус окружности можно выразить через длину нити:

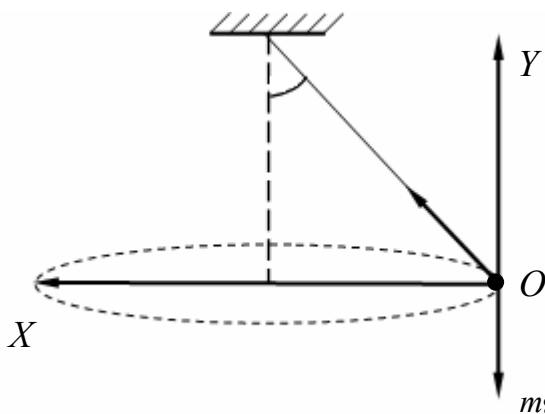


Рис. 2.3

$$R = l \sin \alpha .$$

С учетом этого

$$T \sin \alpha = m \omega^2 l \sin \alpha \text{ или } T = m \omega^2 l .$$

Выразим угловую скорость  $\omega$  через частоту вращения:

$$\omega = 2\pi\nu .$$

Следовательно,

$$T = 4\pi^2 \nu^2 m l .$$

Найдем угол  $\alpha$  :

$$\cos \alpha = \frac{mg}{T} = \frac{g}{4\pi^2 \nu^2 l}, \quad \alpha = \arccos\left(\frac{g}{4\pi^2 \nu^2 l}\right).$$

Подстановка численных значений и проверка размерностей позволяет получить  $T = 1,96 \text{ Н}$ ,  $\alpha = \arccos 1/4$ .

*Ответ:*  $T = 1,96 \text{ Н}$ ,  $\alpha = \arccos 1/4$ .

**З а д а ч а 4.** Горизонтально расположенный диск вращается вокруг проходящей через его центр вертикальной оси с частотой  $\nu = 1 \text{ об/с}$ . На каком расстоянии от центра может удерживаться лежащее на диске тело, если коэффициент трения  $\mu = 0,2$ ?

Дано:  
 $\nu = 1 \text{ об/с}$ ,  $\mu = 0,2$   


---

 $r = ?$

*Решение.* На вращающееся тело действуют сила тяжести  $mg$ , реакции опоры  $\mathbf{N}$  и трение покоя  $\mathbf{F}_{\text{тр}}$  (рис. 2.4). Центробежной силой в данной задаче является сила трения покоя, так как силы

Тяжести и реакции опоры, равные по величине и противоположно направленные, компенсируют друг друга и вкладывают в результирующую силу, направленную к центру окружности, не дают.

В соответствии со вторым законом Ньютона

$$\mathbf{F}_{\text{тр}} + \mathbf{N} + mg = m\mathbf{a} .$$

Направим ось  $OX$  к центру окружности, а ось  $OY$  – перпендикулярно к ней.

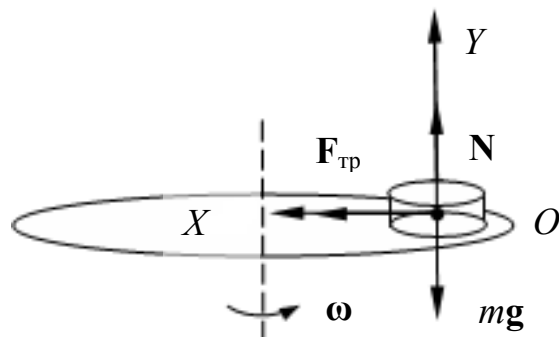


Рис. 2.4

В проекциях на оси  $OX$ ,  $OY$  второй закон Ньютона запишем таким образом:

$$F_{\text{тр}} = m \frac{v^2}{r}, \quad N - mg = 0.$$

Так как максимальная сила трения покоя равна

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg,$$

имеем

$$\mu mg = m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r = 4\pi^2 \nu^2 m r.$$

Отсюда следует, что

$$r = \frac{\mu g}{4\pi^2 \nu^2}.$$

Подстановка численных данных приводит к результату  $r = 5$  см.

Таким образом, если  $r \leq 5$  см, то сила трения будет удерживать тело на диске при заданной частоте вращения.

*Ответ:*  $r = 5$  см.

**З а д а ч а 5.** Какова масса тела, которое находится в лифте, движущемся с ускорением, направленным вниз и равным  $5 \text{ м/с}^2$ , и имеет вес, равный  $100 \text{ Н}$ ?

<p>Дано:  <math>a = 5 \text{ м/с}^2</math>,  <math>P = 100 \text{ Н}</math></p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> <p style="text-align: center;"><math>m = ?</math></p>	<p><i>Решение.</i> В соответствии со вторым законом Ньютона (рис. 2.5)</p> $mg + N = ma.$
---	---

В проекции на ось  $OY$

$$mg - N = ma.$$

Сила реакции опоры в соответствии с третьим законом Ньютона равна по величине силе давления тела на пол лифта (т. е. весу тела). Отсюда следует, что

$$m = \frac{N}{g - a} = \frac{P}{g - a}.$$

В результате расчетов получаем  $m = 20$  кг.

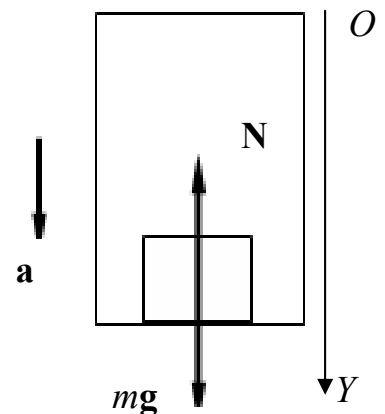


Рис. 2.5

Ответ:  $m = 20$  кг.

**З а д а ч а 6.** Два одинаковых груза массой  $M$  связаны между собой невесомой и нерастяжимой нитью, перекинутой через неподвижный блок. На один из грузов кладут перегрузок массой  $m$ . С каким ускорением будут двигаться грузы? Каково будет натяжение нити при движении? С какой силой будет давить перегрузок на груз массой  $M$ ?

<p>Дано:</p> $M, m$ <hr/> $a = ? \quad F_d = ? \quad T = ?$	<p><i>Решение.</i> На каждый груз массой <math>M</math> действуют силы тяжести и натяжения нити (рис. 2.6). Кроме того, на груз <math>M</math>, находящийся справа, действует сила давления <math>F_d</math> со стороны перегрузка.</p>
---	---

Из условия невесомости и нерастяжимости нити следует, что силы натяжения  $T_1$  и  $T_2$  равны по модулю и тела будут двигаться с одинаковым ускорением.

Наконец, на перегрузок массой  $m$  действуют сила реакции опоры  $N$  и сила тяжести  $mg$ . Спроектируем эти силы на ось  $OY$ , которую направим вертикально вниз, и запишем уравнение второго закона Ньютона в скалярной форме для каждого из трех тел:

$$\begin{aligned} -T + Mg &= -Ma, \\ Mg + F_d - T &= Ma, \\ mg - N &= ma. \end{aligned}$$

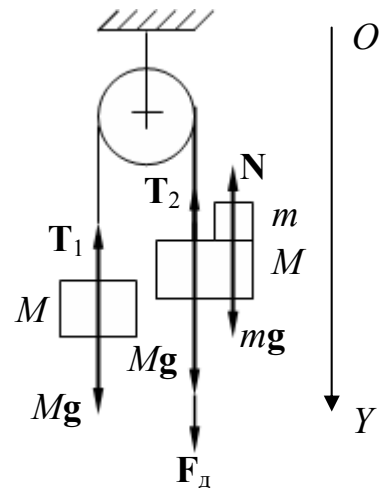


Рис. 2.6

По третьему закону Ньютона силы  $F_d$  и  $N$  противоположны по направлению и равны по модулю. Решение этой системы трех уравнений приводит к следующему выражению:

$$mg = 2Ma + ma,$$

откуда следует, что

$$a = \frac{mg}{2M + m}.$$

Силу, с которой перегрузок  $m$  давит на груз  $M$ , можно найти, вычитая из второго уравнения системы первое:



$$F_{\text{д}} = 2Ma = \frac{2Mmg}{2M + m}.$$

И, наконец, сила натяжения нити

$$T = Mg + Ma = M(g + a) = \frac{2M(M + m)}{2M + m} g.$$

Ответ:  $a = \frac{mg}{2M + m}$ ,  $F_{\text{д}} = \frac{2Mmg}{2M + m}$ ,  $T = \frac{2M(M + m)}{2M + m} g$ .

**З а д а ч а 7.** С какой линейной скоростью движется искусственный спутник Земли по круговой орбите: а) у поверхности Земли (сопротивлением воздуха следует пренебречь); б) на высоте 7000 км? Найти период его обращения вокруг Земли при этих условиях.

Дано:  
 $h = 7000$  км,  
 $R_3 = 6,37 \cdot 10^6$  м,  
 $M_3 = 5,96 \cdot 10^{24}$  кг

---

$v_1 = ?$   $T_1 = ?$   
 $v_2 = ?$   $T_2 = ?$

*Решение.* Движение спутника вокруг Земли описывается уравнением

$$F_{\text{тяг}} = ma.$$

Вблизи поверхности Земли

$$F_{\text{тяг}} = mg,$$

где  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения,

$$a = \frac{v_1^2}{R_3}.$$

Следовательно,

$$mg = m \frac{v_1^2}{R_3} \text{ и } v_1 = \sqrt{gR_3} = 7,91 \text{ км/с.}$$

Период обращения спутника вокруг Земли

$$T = \frac{2\pi R_3}{v_1} = 5100 \text{ с} = 1 \text{ ч } 25 \text{ мин.}$$

На высоте  $h = 7000$  км

$$F_{\text{тяг}} = G \frac{mM_3}{(R_3 + h)^2}, \quad a = \frac{v_2^2}{R_3 + h}.$$

Таким образом,

$$G \frac{mM_3}{(R_3 + h)^2} = m \frac{v_2^2}{R_3 + h}$$

и

$$v_2 = \sqrt{G \frac{M_3}{R_3 + h}} = 5,46 \text{ км/с.}$$

Период обращения

$$T_2 = \frac{2\pi(R_3 + h)}{v_2} = 4 \text{ ч } 16 \text{ мин.}$$

*Ответ:*  $v_1 = 7,91 \text{ км/с}$ ,  $T_1 = 1 \text{ ч } 25 \text{ мин}$ ,  $v_2 = 5,46 \text{ км/с}$ ,  $T_1 = 4 \text{ ч } 16 \text{ мин}$ .

