

# **ВИДЫ ЗАДАЧ НА СРАВНЕНИЕ**

Вид задачи	Условия	Метод решения
Выявление различия в уровне исследуемого признака	Две независимые выборки испытуемых	$t$ - критерий Стьюдента $U$ - критерий Манна-Уитни*
	три или более независимых выборок	Дисперсионный анализ Критерий Краскела-Уоллисса
Установление различия дисперсий признака	Две независимые выборки испытуемых	F - критерий Фишера
Оценка сдвига значений исследуемого признака	два замера на одной и той же выборке испытуемых	$t$ - критерий Стьюдента $T$ - критерий Вилкоксона для попарных сравнений
Сравнение относительных частот встречаемости признака	Две независимые выборки испытуемых	критерий $\phi^*$ - угловое преобразование Фишера $Z$ критерий
Выявление различий в распределении признаков	Сопоставление двух эмпирических распределений между собой	$\chi^2$ - критерий Пирсона

# **СРАВНЕНИЕ НЕСКОЛЬКИХ ВЫБОРОК**

# критерий Крускала-Уоллиса (Kruskal W.H.&Wallis W.A.)

- Данный критерий позволяет оценить различия между несколькими выборками по степени выраженности какого-либо признака. Критерий  $H$  применяется для оценки различий по степени выраженности анализируемого признака одновременно между тремя, четырьмя и более выборками
- Он позволяет выявить степень изменения признака в выборках, не указывая, однако, на направление этих изменений

- Критерии основан на том принципе, что чем меньше взаимопересечение выборок, тем выше уровень значимости Нэмп.
- в выборках может быть разное количество испытуемых.
- Работа с данными начинается с того, что все выборки условно объединяются по порядку встречающихся величин в одну выборку и значениям этой объединенной выборки проставляются ранги.

# 1. Формулируем гипотезы

- $H_0$ : Уровень исследуемого признака в выборках можно считать одинаковым (значимых различий нет).
- $H_a$ : Выборки значимо различаются по уровню исследуемого признака.

## 2. Выбираем критерий

- Критерий  $H$  Краскала-Уоллиса
- 3 и более выборок.

# 3. Показатели выборки, необходимые для вычисления критерия

- $n_1, n_2, \dots, n_k$  – объём 1, 2 и т.д. выборок
- $k$  – количество выборок
- $N$  – общее количество человек во всех выборках ( $N = \sum n_i$ ).
- Проранжировать все измерения, объединив результаты двух выборок. Правила ранжирования следующие:
  - Наименьшему значению из всех присваивается ранг 1, наибольшему -  $N$ .
  - Если два или большее количество значений равны, то для них рассчитывается средний ранг.
  - Например, если три наименьших значения в выборке равны, то их средний ранг был бы  $(1+2+3)/3=2$ . А если равны 10-е и 11-е значения, то их средний ранг  $(10+11)/2=10,5$ .
  - Подсчитать сумму рангов отдельно для каждой  $R_i$  выборки. Проверить, совпадает ли общая сумма рангов с расчетной по формуле

## 4. Эмпирическое значение критерия

$$H_{\text{эмп}} = \left[ \frac{12}{N * (N + 1)} * \sum \frac{R_i^2}{n_i} \right] - 3 * (N + 1)$$

# 5. Табличные значения

- используется та же таблица, что и для критерия  $\chi^2$  (хи-квадрат) Пирсона
- Число степеней свободы  $\nu=k-1$ , где  $k$  – количество сравниваемых групп.

Число степеней свободы	0,05	0,01
1	3,841	6,635
2	5,991	9,210
3	7,813	11,341
4	9,488	13,277
5	11,070	15,086
6	12,592	16,812
7	14,067	18,475
8	15,507	20,090
9	16,919	21,666
10	18,307	23,209
11	18,675	24,725
12	21,026	26,217
13	22,362	27,688
14	23,685	29,141
15	24,996	30,578
16	26,296	32,000
17	27,587	33,409
18	28,869	34,805
19	30,144	36,191

# Критические значения критерия

## Крускала-Уоллиса

### 3 выборки (k=3)

n1	n2	n3	H, 0,05	n1	n2	n3	H, 0,05	n1	n2	n3	H, 0,05
3	2	2	4,714	5	4	2	5.273	6	4	4	5.681
3	3	2	5,361	5	4	3	5,656	6	5	2	5,338
3	3	3	5,600	5	4	4	5.657	6	5	3	5,602
4	2	2	5,333	5	5	2	5,338	6	5	4	5,661
4	3	2	5,444	5	5	3	5,705	6	5	5	5,729
4	3	3	5,791	5	5	4	5,666	6	6	2	5,410
4	4	2	5,455	5	5	5	5,780	6	6	3	5,625
4	4	3	5,598	6	2	2	5.345	6	6	4	5,724
4	4	4	5,692	6	3	2	5.348	6	6	5	5,765
5	2	2	5,160	6	3	3	5,615	6	6	6	5,801
5	3	2	5.251	6	4	2	5.340	7	7	7	5,819
5	3	3	5,648	6	4	3	5.610	8	8	8	5,805

# Критические значения критерия Крускала-Уоллиса 4 выборки ( $k=4$ )

n1	n2	n3	n4	H, 0,05	n1	n2	n3	n4	H, 0,05
2	2	2	2	6.167	4	3	3	2	6.795
3	2	2	2	6.333	4	3	3	3	6.984
3	3	2	2	6.527	4	4	2	2	6.731
3	3	3	2	6.727	4	4	2	2	6.874
3	3	3	3	7.000	4	4	4	2	6,957
4	2	2	2	6.545	4	4	4	3	7.142
4	3	2	2	6.621	4	4	4	4	7.235

# 6. Выбор гипотезы

- Если  $N_{\text{эмп}} < N_{0.05}$  верна  $H_0$ 
  - - различия не обнаружены ,
- Если  $N_{\text{эмп}} > N_{0.01}$  верна  $H_a$ 
  - - различия значимы (уровень значимости 0,01)
- Если  $N_{0.05} \leq N_{\text{эмп}} \leq N_{0.01}$  нужны дополнительные исследования .
  - различия значимы (уровень значимости 0,05)

## Пример:

Проводилось изучение синдрома выгорания у работников административных служб.

В исследовании принимало участие 30 женщин, со стажем работы от 1 до 12 лет.

Группа исследуемых была разделена на 3 подгруппы в зависимости от стажа работы:

- 11 человек – стаж работы 1-3 года;
- 9 человек – стаж работы 5-7 лет;
- 10 человек – стаж работы 9-12 лет.

Эмоциональное выгорание исследовалось по методике Бойко В.В. «Диагностика уровня эмоционального выгорания».

№ п/п	Эмоциональное истощение, баллы		
	Группа 1 Стаж 1-3 г.	Группа2: Стаж 5-7л.	Группа3: Стаж 9-12л
1	19	48	71
2	24	30	56
3	11	52	65
4	12	47	63
5	33	38	59
6	28	57	72
7	38	37	55
8	21	31	67
9	25	21	81
10	20		64
11	27		

# 1. Формулируем гипотезы

- $H_0$ : Уровень эмоционального истощения в выборках женщин с разным стажем можно считать одинаковым (значимых различий нет).
- $H_a$ : Выборки женщин с разным стажем значительно различаются по уровню эмоционального истощения

## 2. Выбираем критерий

- Критерий Н Краскала-Уоллиса
- 3 выборки.

### 3. Показатели выборки, необходимые для вычисления критерия

- $n_1=11, n_2=9, n_3=10$
- $k=3$  – количество выборок
- $N=30$  – общее количество человек во всех выборках ( $N=\sum n_i$ ).

Группа 1 Стаж 1-3 г.		Группа2: Стаж 5-7л		Группа3: Стаж 9-12л	
баллы	ранг	баллы	ранг	баллы	ранг
19		48		71	
24		30		56	
11		52		65	
12		47		63	
33		38		59	
28		57		72	
38		37		55	
21		31		67	
25		21		81	
20				64	
27					

Группа 1 Стаж 1-3 г.		Группа2: Стаж 5-7л		Группа3: Стаж 9-12л	
баллы	ранг	баллы	ранг	баллы	ранг
11	1	21		55	
12	2	30		56	
19	3	31		59	
20	4	37		63	
21		38		64	
24		47		65	
25		48		67	
27		52		71	
28		57		72	
33				81	
38					

Группа 1 Стаж 1-3 г.		Группа2: Стаж 5-7л		Группа3: Стаж 9-12л	
баллы	ранг	баллы	ранг	баллы	ранг
11	1	21	5,5	55	
12	2	30		56	
19	3	31		59	
20	4	37		63	
21	5,5	38		64	
24		47		65	
25		48		67	
27		52		71	
28		57		72	
33				81	
38					

Группа 1 Стаж 1-3 г.		Группа2: Стаж 5-7л		Группа3: Стаж 9-12л	
баллы	ранг	баллы	ранг	баллы	ранг
11	1	21	5,5	55	20
12	2	30	11	56	21
19	3	31	12	59	
20	4	37	14	63	
21	5,5	38	15,5	64	
24	7	47	17	65	
25	8	48	18	67	
27	9	52	19	71	
28	10	57		72	
33	13			81	
38	15,5				

Группа 1 Стаж 1-3 г.		Группа2: Стаж 5-7л		Группа3: Стаж 9-12л	
баллы	ранг	баллы	ранг	баллы	ранг
11	1	21	5,5	55	20
12	2	30	11	56	21
19	3	31	12	59	23
20	4	37	14	63	24
21	5,5	38	15,5	64	25
24	7	47	17	65	26
25	8	48	18	67	27
27	9	52	19	71	28
28	10	57	22	72	29
33	13			81	30
38	15,5				

Группа 1 Стаж 1-3 г.		Группа2: Стаж 5-7л		Группа3: Стаж 9-12л	
баллы	ранг	баллы	ранг	баллы	ранг
11	1	21	5,5	55	20
12	2	30	11	56	21
19	3	31	12	59	23
20	4	37	14	63	24
21	5,5	38	15,5	64	25
24	7	47	17	65	26
25	8	48	18	67	27
27	9	52	19	71	28
28	10	57	22	72	29
33	13			81	30
38	15,5				
Сумма рангов	<b>78</b>	Сумма рангов	<b>134</b>	Сумма рангов	<b>253</b>

$$\sum R_i = \frac{N * (N + 1)}{2} \quad 78 + 134 + 253 = \frac{30 * 31}{2}$$

## 4. Эмпирическое значение критерия

$$H_{\text{эмп}} = \left[ \frac{12}{N * (N + 1)} * \sum \frac{R_i^2}{n_i} \right] - 3 * (N + 1)$$
$$= \left[ \frac{12}{30 * 31} * \left( \frac{78^2}{11} + \frac{134^2}{9} + \frac{253^2}{10} \right) \right] - 3 * 31 = 22,472$$

# 5. Табличные значения

- используется та же таблица, что и для критерия  $\chi^2$  (хи-квадрат) Пирсона
- Число степеней свободы  $\nu = k - 1 = 3 - 1 = 2$ , где  $k$  – количество сравниваемых групп.

Число степеней свободы	0,05	0,01
1	3,841	6,635
<b>2</b>	<b>5,991</b>	<b>9,210</b>
3	7,813	11,341
4	9,488	13,277
5	11,070	15,086
6	12,592	16,812
7	14,067	18,475
8	15,507	20,090
9	16,919	21,666
10	18,307	23,209
11	18,675	24,725
12	21,026	26,217
13	22,362	27,688
14	23,685	29,141
15	24,996	30,578
16	26,296	32,000
17	27,587	33,409
18	28,869	34,805
19	30,144	36,191

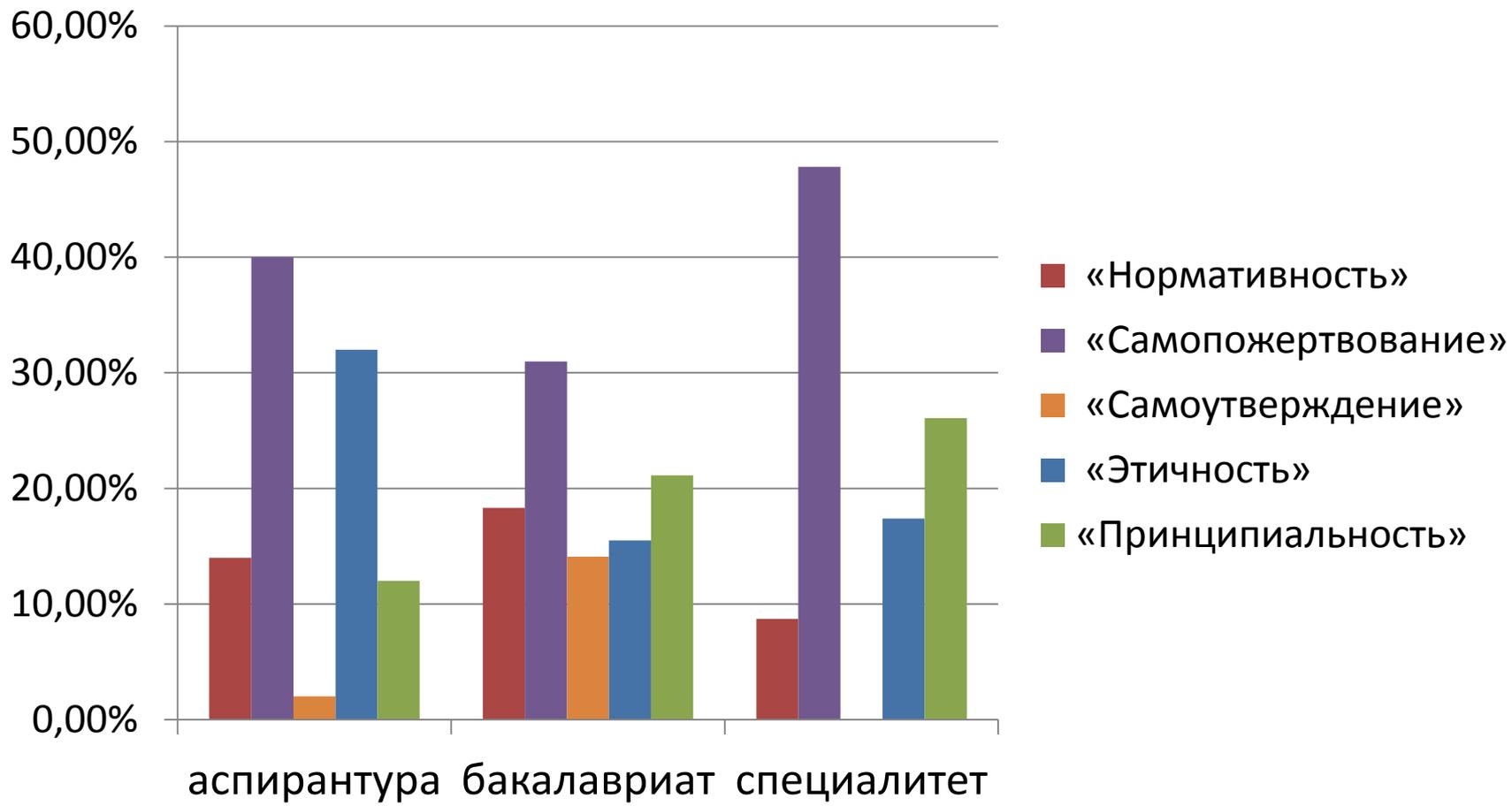
- Ответ:

*Группы работников административных служб с различным стажем работы достоверно ( $N = 22.472$ .  $p < 0,001$ ) различаются по такому компоненту эмоционального выгорания как «Истощение».*

**Сравнение распределения частот**  
**признака, измеренного в**  
**номинальной шкале**

- Когда объекты классифицированы по двум или нескольким свойствам, то результат такой классификации можно представить в виде таблиц, в которых строки будут иметь заголовки одного свойства, а столбцы - другого, а сочетания всех свойств будут рассматриваться попарно.
- Такие таблицы называются таблицами сопряженности. В заголовки столбцов выносятся свойства  $X_1, X_2$  и т.д. до  $X_i$ ,
- в заголовки строк  $Y_1, Y_2$  и т.д. до  $Y_j$ . В клетки таблицы заносим частоту - то есть количество случаев сочетания  $X_1$  и  $Y_1$  (записывается  $X_1$  и  $Y_1$ ),  $X_1Y_2, X_1Y_3$  и т.д. до  $X_1Y_j$  в первой строке,  $X_2Y_1, X_2Y_2, \dots, X_2Y_j$  во второй строке, и так по всей таблице вплоть до нижней правой клетки, где будет  $X_iY_j$ .

Уровень подготовки	Симптомокомплекс ответственности					
	«Нормативность»	«Самопожертвование»	«Самоутверждение»	«Этичность»	«Принципальность»	Всего
Аспирантура	7	20	1	16	6	50
Бакалавриат	13	22	10	11	15	71
Специалитет	2	11	0	4	6	23
Всего	22	53	11	31	27	144



Уровень подготовки	Симптомокомплекс ответственности					Всего
	«Нормативность»	«Самопожертвование»	«Самоутверждение»	«Этичность»	«Принципальность»	
Аспирантура	7	20	1	16	6	50
	14,00%	40,00%	2,00%	32,00%	12,00%	
Бакалавриат	13	22	10	11	15	71
	18,31%	30,99%	14,08%	15,49%	21,13%	
Специалитет	2	11	0	4	6	23
	8,70%	47,83%	0,00%	17,39%	26,09%	
Всего	22	53	11	31	27	144

# 1. Формулируем гипотезы

$H_0$ : распределение частот признака в выборках можно считать одинаковым (значимых различий нет).

$H_a$ : Выборки значимо различаются по распределению частот признака.

## 2. Выбираем критерий

Критерий  $\chi^2$  (хи-квадрат) Пирсона

- 2 и более выборок.
- В каждой выборке известно распределение частот

### 3. Показатели выборки, необходимые для вычисления критерия

$n_1, n_2, \dots, n_k$  – объём 1, 2 и т.д. выборок

$k$  – количество выборок

$l$  – количество значений исследуемого признака

$N$  – общее количество человек во всех выборках ( $N = \sum n_i$ ).

$f_{\varepsilon ij}$  – эмпирическое значение частоты  $i$ -ого значения в  $j$ -той выборке (частота встречаемости каждого показателя во всех выборках)

$f_{\varepsilon i}$  – эмпирическое значение частоты  $i$ -ого (каждого) значения во всей выборке

вычислить  $f_{0ij}$  – теоретическое значение частоты  $i$ -ого значения в  $j$ -той выборке, соответствующее  $H_0$  по формулам

# Все значения вписываются в таблицу

Выборки				Всего
	Значение 1	Значение 2	Значение $l$	
Выборка 1	$f_{\text{1}11}$	$f_{\text{1}12}$	$f_{\text{1}1l}$	<b><math>n_1</math></b>
Выборка 2	$f_{\text{2}21}$	$f_{\text{2}22}$	$f_{\text{2}2l}$	<b><math>n_2</math></b>
Выборка k	$f_{\text{k}k1}$	$f_{\text{k}k2}$	$f_{\text{k}kl}$	<b><math>n_k</math></b>
Всего	<b><math>f_{\text{1}1}</math></b>	<b><math>f_{\text{2}2}</math></b>	<b><math>f_{\text{1}l}</math></b>	<b>N</b>

вычислить  $f_{0ij}$  – теоретическое значение частоты  $i$ -ого значения в  $j$ -той выборке, соответствующее  $H_0$  по формулам

Выборки				Всего
	Значение 1	Значение 2	Значение $l$	
Выборка 1	$f_{g11}$ $f_{011}$	$f_{g12}$ $f_{012}$	$f_{g1l}$ $f_{01l}$	<b><math>n_1</math></b>

$$f_{0i} = \frac{\sum \text{строки} \cdot \sum \text{столбца}}{n}$$

Всего	<b><math>f_{g1}</math></b>	<b><math>f_{g2}</math></b>

	<b><math>f_{g1}</math></b>	<b><math>N</math></b>

Выборки			Значение $l$	Всего
	Значение 1	Значение 2		
Выборка 1	$f_{\text{э}11}$	$f_{\text{э}12}$	$f_{\text{э}1l}$	$\mathbf{n}_1$
	$f_{011}$	$f_{012}$	$f_{01l}$	
Выборка 2	$f_{\text{э}21}$	$f_{\text{э}22}$	$f_{\text{э}2l}$	$\mathbf{n}_2$
	$f_{021}$	$f_{022}$	$f_{02l}$	

Выборка $k$	$f_{\text{э}k1}$	$f_{\text{э}k2}$
	$f_{0k1}$	$f_{0k2}$
Всего	$\mathbf{f}_{\text{э}1}$	$\mathbf{f}_{\text{э}2}$

$f_{\text{э}kl}$	$\mathbf{n}_k$
$f_{0kl}$	
$\mathbf{f}_{\text{э}l}$	$\mathbf{N}$

## 4. Эмпирическое значение критерия

критерия  $\chi^2$  (*хи-квадрат*) Пирсона

$$\chi^2_{\text{э}} = \sum \frac{(f_{\text{э}ij} - f_{0ij})^2}{f_{0ij}}$$

# 5. Табличные значения

$$\chi^2_{0.05}(v), \chi^2_{0.01}(v),$$

где  $v$  – число степеней свободы

$$v=(k-1)*(l-1),$$

где  $k$  – количество сравниваемых групп,

$l$  – количество значений исследуемого признака

Число степеней свободы	0,05	0,01
1	3,841	6,635
2	5,991	9,210
3	7,813	11,341
4	9,488	13,277
5	11,070	15,086
6	12,592	16,812
7	14,067	18,475
8	15,507	20,090
9	16,919	21,666
10	18,307	23,209
11	18,675	24,725
12	21,026	26,217
13	22,362	27,688
14	23,685	29,141
15	24,996	30,578
16	26,296	32,000
17	27,587	33,409
18	28,869	34,805
19	30,144	36,191

## 6. Сопоставить эмпирическое и критические значения $\chi^2$

- Если  $\chi^2_{\text{эмп}} \geq \chi^2_{0,01}$ , то верно  $H_a$  Выборки значимо различаются по распределению частот признака **(уровень значимости различий 0,01)**
- Если  $\chi^2_{\text{эмп}} \geq \chi^2_{0,05}$ , то верно  $H_a$  Выборки значимо различаются по распределению частот признака **(уровень значимости различий 0,05)**
- Если  $\chi^2_{\text{эмп}} \leq \chi^2_{0,05}$ , то верно  $H_0$  Значимых различий распределения частот признака **не выявлено**

# 7. Ответ

# Пример

Сравнить тип симптомокомплекса  
ответственности у обучающихся на разных  
уровнях подготовки специалиста  
(Бакалавриат, специалитет, аспирантура)

Уровень подготовки	Тип симптомокомплекса ответственности					
	«Нормативность»	«Самопожертвование»	«Самоутверждение»	«Этичность»	«Принципальность»	Всего
Аспирантура	7	20	1	16	6	50
Бакалавриат	13	22	10	11	15	71
Специалитет	2	11	0	4	6	23
Всего	22	53	11	31	27	144

# 1. Формулируем гипотезы

$H_0$ : распределение типа симптомокомплекса ответственности у обучающихся на разных уровнях подготовки можно считать одинаковым (значимых различий нет).

$H_a$ : Выборки значимо различаются по распределению типа симптомокомплекса ответственности у обучающихся на разных уровнях подготовки.

## 2. Выбираем критерий

Критерий  $\chi^2$  (*хи-квадрат*) Пирсона

3 выборки

5 типов симптомокомплекса ответственности

Уровень подготовки	Симптомокомплекс ответственности					Всего
	«Нормативность»	«Самопожертвование»	«Самоутверждение»	«Этичность»	«Принципальность»	
Аспирантура	7	20	1	16	6	50
	7,64					
Бакалавриат	13	22	10	11	15	71
Специалитет	2	11	0	4	6	23
Всего	22	53	11	31	27	144

$$f_{011} = \frac{50 \cdot 22}{144} = 7.64$$

Уровень подготовки	Симптомокомплекс ответственности					
	«Нормативность»	«Самопожертвование»	«Самоутверждение»	«Этичность»	«Принципальность»	Всего
Аспирантура	7	20	1	16	6	50
	7,64	18.4				
Бакалавриат	13	22	10	11	15	71
Специалитет	2	11	0	4	6	23
Всего	22	53	11	31	27	144

$$f_{011} = \frac{50 \cdot 53}{144} = 18.4$$

Уровень подготовки	Симптомокомплекс ответственности					Всего
	«Нормативность»	«Самопожертвование»	«Самоутверждение»	«Этичность»	«Принципальность»	
Аспирантура	7	20	1	16	6	50
	7,64	18,40	3,82	10,76	9,38	
Бакалавриат	13	22	10	11	15	71
	10,85	26,13	5,42	15,28	13,31	
Специалитет	2	11	0	4	6	23
	3,51	8,47	1,76	4,95	4.31	
Всего	22	53	11	31	27	144

$$f_{011} = \frac{23 \cdot 27}{144} = 4,31$$

## 4. Эмпирическое значение критерия

критерия  $\chi^2$  (*хи-квадрат*) Пирсона

$$\chi^2_{\text{э}} = \sum \frac{(f_{\text{э}ij} - f_{0ij})^2}{f_{0ij}}$$

Уровень подготовки	Симптомокомплекс ответственности					Всего
	«Нормативность»	«Самопожертвование»	«Самоутверждение»	«Этичность»	«Принципальность»	
Аспирантура	7	20	1	16	6	50
	7,64	18,40	3,82	10,76	9,38	
Бакалавриат	13	22	10	11	15	71
	10,85	26,13	5,42	15,28	13,31	
Специалитет	2	11	0	4	6	23
	3,51	8,47	1,76	4,95	4.31	
Всего	22	53	11	31	27	144

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_{zij} - f_{0ij})^2}{f_{0ij}} = \frac{(7 - 7,64)^2}{7,64} + \frac{(20 - 18,4)^2}{18,4} + \dots = 16,4$$

# 5. Табличные значения

$\nu$  – число степеней свободы

$$\nu = (k-1) * (l-1) = (3-1) * (5-1) = \\ = 2 * 4 = 8,$$

где  $k=3$  – количество  
сравниваемых групп,

$l=5$  – количество значений  
исследуемого признака

$$\chi^2_{0.05}(8) = 15,507,$$

$$\chi^2_{0.01}(\nu) = 20,090$$

Число степеней свободы	0,05	0,01
1	3,841	6,635
2	5,991	9,210
3	7,813	11,341
4	9,488	13,277
5	11,070	15,086
6	12,592	16,812
7	14,067	18,475
<b>8</b>	<b>15,507</b>	<b>20,090</b>
9	16,919	21,666
10	18,307	23,209
11	18,675	24,725
12	21,026	26,217
13	22,362	27,688
14	23,685	29,141
15	24,996	30,578
16	26,296	32,000
17	27,587	33,409
18	28,869	34,805
19	30,144	36,191

## 6. Сопоставить эмпирическое и критические значения $\chi^2$

### 7. Ответ

$$\chi^2_{\text{э}} = 16,404$$

$$\chi^2_{0,05}(8) = 15,507,$$

$$\chi^2_{0,01}(v) = 20,090$$

- Если  $\chi^2_{\text{эмп}} \geq \chi^2_{0,05}$ , то верно  $H_a$  Выборки значимо различаются по распределению частот признака (**уровень значимости различий 0,05**)

# 7. Ответ

Распределение типа симптомокомплекса ответственности значительно различается у обучающихся в специалитете, бакалавриате и аспирантуре ( $\chi^2_{\text{э}} = 16,404, p < 0,05$ )

Уровень подготовки	Симптомокомплекс ответственности					Всего
	«Нормативность»	«Самопожертвование»	«Самоутверждение»	«Этичность»	«Принципальность»	
Аспирантура	7	20	1	16	6	50
	14,00%	40,00%	2,00%	32,00%	12,00%	
Бакалавриат	13	22	10	11	15	71
	18,31%	30,99%	14,08%	15,49%	21,13%	
Специалитет	2	11	0	4	6	23
	8,70%	47,83%	0,00%	17,39%	26,09%	
Всего	22	53	11	31	27	144

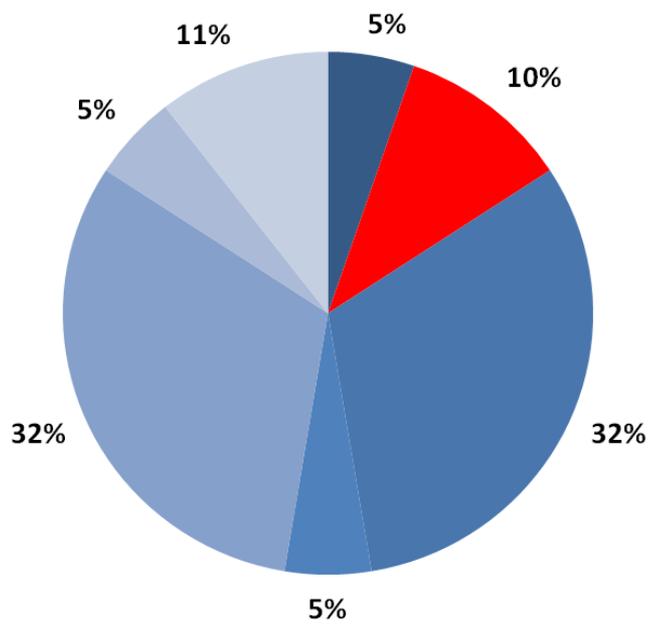
# **СРАВНЕНИЕ ЧАСТОТЫ ВСТРЕЧАЕМОСТИ ПОКАЗАТЕЛЯ**

# Пример:

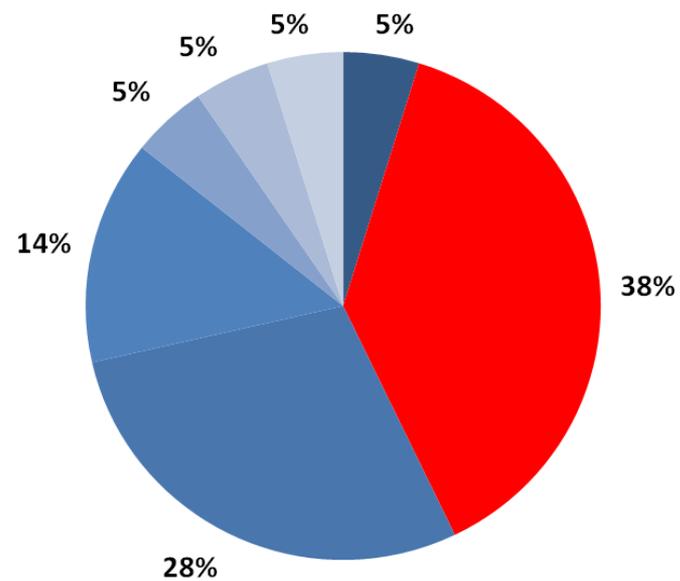
В исследовании (см. таблицу) определяли тип индивидуальности школьников. Можно ли утверждать, что у девочек доминантный тип индивидуальности проявляется чаще, чем у мальчиков?

Тип индивидуальности (Методика изучения фундаментальной типологии индивидуальности В.И. Гарбузовой)	девочки		мальчики	
	абс частота	отн частота	абс частота	отн частота
Эгофильный,	1	5,60%	1	5,00%
Генофильный	2	16,70%	8	30,00%
Альтруистический	6	38,90%	6	30,00%
Исследовательский	1	5,60%	3	15,00%
Доминантный,	6	16,70%	1	5,00%
Либертофильный	1	5,60%	1	5,00%
Дигнитофильный	2	11,10%	1	10,00%
Всего	19	100%	20	100%

### Девочки



### Мальчики



■ Эгофильный,

■ Генофильный

■ Альтруистический

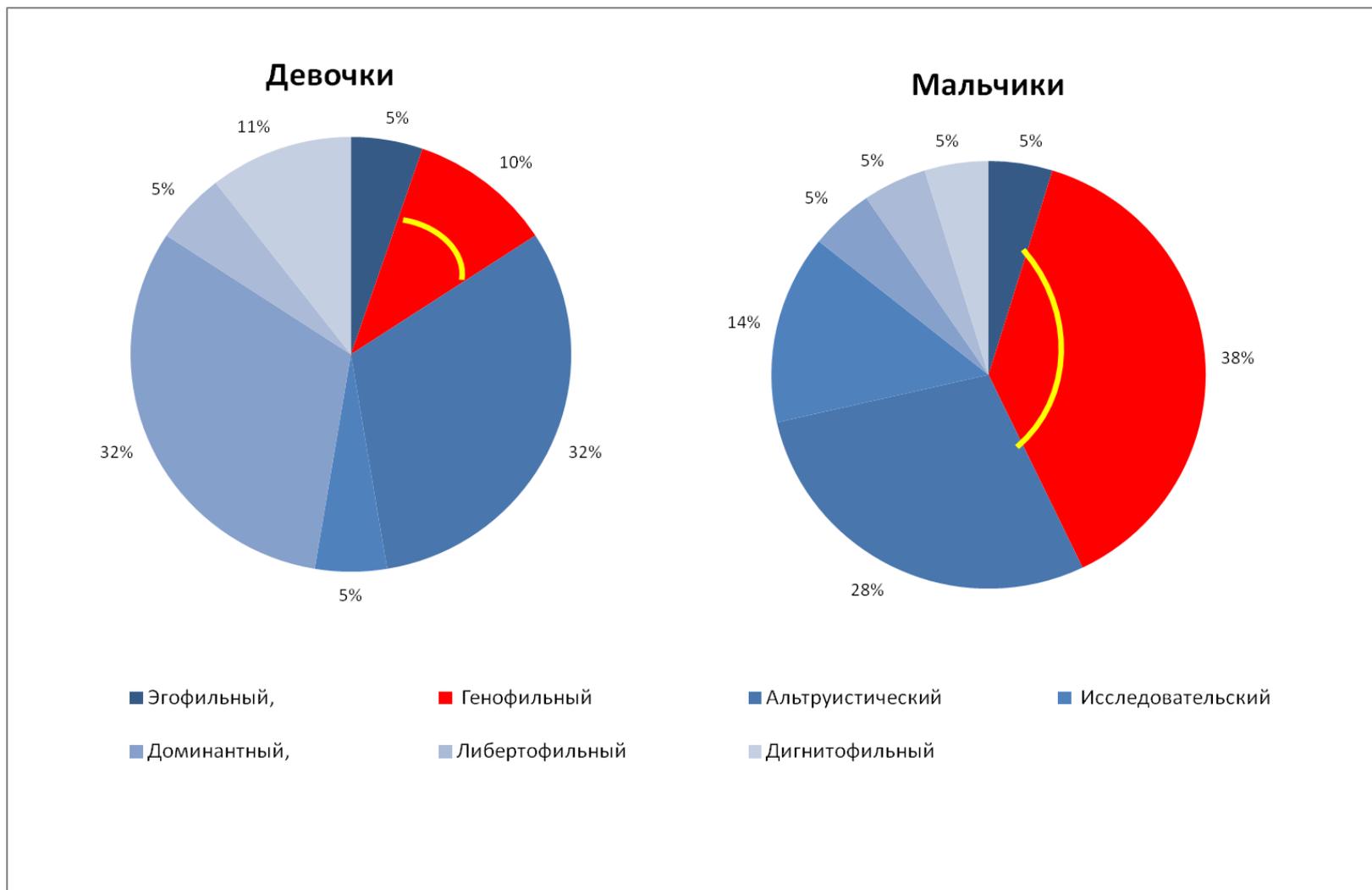
■ Исследовательский

■ Доминантный,

■ Либертофильный

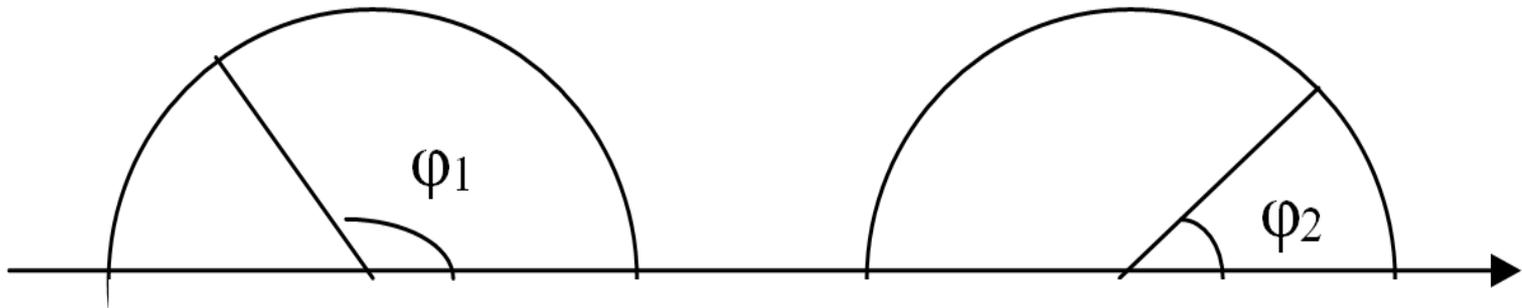
■ Дигнитофильный

На диаграмме относительная частота (частота встречаемости) изображается сектором с центральным углом, который вычисляется по формуле  $\alpha = f' \cdot 3,6^\circ$  в градусах или  $\alpha = f' \cdot \frac{2\pi}{100}$  в радианах



# Критерий угловое преобразование Фишера

- Критерий Фишера предназначен для сопоставления двух выборок по частоте встречаемости интересующего исследователя эффекта.
- Критерий оценивает достоверность различий между процентными долями двух выборок, в которых зарегистрирован интересующий нас эффект.
- Суть углового преобразования Фишера состоит в переводе процентных долей в величины центрального угла, который измеряется в радианах. Большей процентной доле будет соответствовать больший угол, а меньшей доле - меньший угол, но соотношения здесь не линейные.



# Ограничения критерия $\varphi^*$

1. Ни одна из сопоставляемых долей не должна быть равной нулю.

2. выборки могут быть сколь угодно большими.

Нижний предел - 2 человека в одной из выборок. Однако должны соблюдаться следующие соотношения в численности двух выборок:

а) если в одной выборке всего 2 человека, то во второй должно быть не менее 30:

$$n_1 = 2 \rightarrow n_2 \geq 30$$

б) если в одной из выборок всего 3 человека, то во второй должно быть не менее 7:

$$n_1 = 3 \rightarrow n_2 \geq 7$$

в) если в одной из выборок всего 4 человека, то во второй должно быть не менее 5:

$$n_1 = 4 \rightarrow n_2 \geq 5$$

г) при  $n_1, n_2 \geq 5$  возможны любые сопоставления.

Других ограничений у критерия  $\varphi^*$  нет.

# 1. Формулируем гипотезы

- $H_0$ : частоту встречаемости показателя в выборках можно считать одинаковым (значимых различий нет).
- $H_a$ : Выборки значимо различаются по частоте встречаемости показателя.

## 2. Выбираем критерий

- Критерий  $\phi$  угловое преобразование Фишера

### 3. Показатели выборки, необходимые для вычисления критерия

Для вычисления  $\varphi$  необходимо

- $n_1, n_2$  – объём 1 и 2 выборки
- $f_1, f_2$  – частота встречаемости показателя в 1 и 2 выборке

**Внимание:  $f_1 \neq 0, f_2 \neq 0$**

- $f'_1, f'_2$  – относительная частота встречаемости показателя в 1 и 2 выборке

$$f'_1 = \frac{f_1}{n_1} \quad f'_2 = \frac{f_2}{n_2}$$

- Вычислить  $\varphi^*_1$  и  $\varphi^*_2$

$$\varphi^*_1 = 2 \cdot \arcsin \sqrt{f'_{i1}} \quad \varphi^*_2 = 2 \cdot \arcsin \sqrt{f'_{i2}}$$

## 4. Эмпирическое значение критерия

- Рассчитать эмпирические значения критерия  $\varphi_3$  - угловое преобразование Фишера

$$\varphi_3 = (\varphi^*_1 - \varphi^*_2) \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}$$

- При увеличении расхождения между углами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  и увеличения численности выборок значение критерия возрастает

## 5. Табличные значения

Критические значения критерия

$\varphi$  – угловое преобразование

Фишера не зависят от объема

выборок и являются

ПОСТОЯННЫМИ

$$\varphi_{0.01} = 2.31$$

$$\varphi_{0.05} = 1.64$$

## 6. Сопоставить эмпирическое и критические значения $\varphi$

- Если  $\varphi_{\text{э}} \geq 2,31$ , то верно  $H_a$  Выборки значимо различаются по частоте встречаемости показателя (уровень значимости различий 0,01).
- Если  $\varphi_{\text{э}} \geq 1,64$ , то верно  $H_a$  Выборки значимо различаются по частоте встречаемости показателя (уровень значимости различий 0,05)
- Если  $\varphi_{\text{э}} < 1,64$ , то верно  $H_0$  частоту встречаемости показателя в выборках можно считать одинаковым (значимых различий нет)

# 7. Ответ

# 1. Формулируем гипотезы

- $H_0$ : частоту встречаемости типов индивидуальности у мальчиков и девочек можно считать одинаковым (значимых различий нет).
- $H_a$ : Выборки мальчиков и девочек значимо различаются по частоте встречаемости типов индивидуальности.

## 2. Выбираем критерий

- Критерий  $f$  угловое преобразование Фишера

# 3. Показатели выборки, необходимые для вычисления критерия

Тип индивидуальности (Методика изучения фундаментальной типологии индивидуальности В.И. Гарбузовой)	девочки		мальчики		критери й фи	знач-ть
	абс частота	отн частота	абс частота	отн частота		
Эгофильный,	1	5,60%	1	5,00%		
Генофильный	2	16,70%	8	30,00%		
Альтруистический	6	38,90%	6	30,00%		
Исследовательский	1	5,60%	3	15,00%		
Доминантный,	6	16,70%	1	5,00%		
Либертофильный	1	5,60%	1	5,00%		
Дигнитофильный	2	11,10%	1	10,00%		
Всего .	19	100%	20	100%		

всего      всего  
 выборк    выборк  
 а1            а2            1 гр (фи)   2 гр (фи)  
                  19            20    0,463    0,451

$$f'_1 = \frac{f_1}{n_1}$$

$$f'_2 = \frac{f_2}{n_2}$$

$$\varphi_1^* = 2 \cdot \arcsin \sqrt{f'_{i1}}$$

$$\varphi_2^* = 2 \cdot \arcsin \sqrt{f'_{i2}}$$

# 3. Показатели выборки, необходимые для вычисления критерия

Тип индивидуальности  (Методика изучения фундаментальной типологии индивидуальности В.И. Гарбузовой)	девочки		мальчики		критерий фи	знач-ть
	абс частота	отн частота	абс частота	отн частота		
Эгофильный,	1	5,60%	1	5,00%	0,037	
Генофильный	2	16,70%	8	30,00%		
Альтруистический	6	38,90%	6	30,00%		
Исследовательский	1	5,60%	3	15,00%		
Доминантный,	6	16,70%	1	5,00%		
Либертофильный	1	5,60%	1	5,00%		
Дигнитофильный	2	11,10%	1	10,00%		
Всего	19	100%	20	100%		

всего выборк a1	всего выборк a2	1 гр (фи)	2 гр (фи)
19	20	0,463	0,451

$$\varphi_{\Sigma} = (\varphi^*_{1} - \varphi^*_{2}) \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}$$

Тип индивидуальности  (Методика изучения фундаментальной типологии индивидуальности В.И. Гарбузовой)	девочки		мальчики		критерий фи	знач-ть
	абс частота	отн частота	абс частота	отн частота		
Эгофильный,	1	5,60%	1	5,00%	0,037	
Генофильный	2	16,70%	8	30,00%	-2,212	0,05
Альтруистический	6	38,90%	6	30,00%	0,107	
Исследовательский	1	5,60%	3	15,00%	-1,038	
Доминантный,	6	16,70%	1	5,00%	2,318	0,01
Либертофильный	1	5,60%	1	5,00%	0,037	
Дигнитофильный	2	11,10%	1	10,00%	0,655	
Всего .	19	100%	20	100%		

всего выборк а1	всего выборк а2	1 гр (фи)	2 гр (фи)
19	20	0,463	0,451
19	20	0,661	1,369
19	20	1,193	1,159
19	20	0,463	0,795
19	20	1,193	0,451
19	20	0,463	0,451
19	20	0,661	0,451

## 4. Эмпирическое значение критерия

- Рассчитать эмпирические значения критерия  $\varphi_3$  - угловое преобразование Фишера

$$\varphi_3 = (\varphi^*_1 - \varphi^*_2) \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}$$

- При увеличении расхождения между углами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  и увеличения численности выборок значение критерия возрастает

## 5. Табличные значения

Критические значения критерия

$\varphi$  – угловое преобразование

Фишера не зависят от объема

выборок и являются

ПОСТОЯННЫМИ

$$\varphi_{0.01} = 2.31$$

$$\varphi_{0.05} = 1.64$$

## 6. Сопоставить эмпирическое и критические значения $\varphi$

- Если  $\varphi_{э} \geq 2,31$ , то верно  $H_a$  Выборки значимо различаются по частоте встречаемости показателя (уровень значимости различий 0,01).
- Если  $\varphi_{э} \geq 1,64$ , то верно  $H_a$  Выборки значимо различаются по частоте встречаемости показателя (уровень значимости различий 0,05)
- Если  $\varphi_{э} < 1,64$ , то верно  $H_0$  частоту встречаемости показателя в выборках можно считать одинаковым (значимых различий нет)

## 7. Ответ

- У мальчиков значительно чаще, чем у девочек встречается генофильный тип индивидуальности ( $\varphi = 2.212$ ,  $p < 0.05$ ).
- У девочек значительно чаще, чем у мальчиков встречается доминантный тип индивидуальности ( $\varphi = 2.318$ ,  $p < 0.01$ ).

**СРАВНЕНИЕ ЧАСТОТЫ  
ВСТРЕЧАЕМОСТИ ПОКАЗАТЕЛЯ В 2-Х  
НЕЗАВИСИМЫХ ВЫБОРКАХ (II  
СПОСОБ)**

# 1. Формулируем гипотезы

- $H_0$ : частоту встречаемости показателя в выборках можно считать одинаковым (значимых различий нет).
- $H_a$ : Выборки значимо различаются по частоте встречаемости показателя.

## 2. Выбираем критерий

- Критерий Z

Критерий позволяет сравнивать частоту встречаемости, если доля в одной выборке составляет 0%

## 2. Выбираем критерий

- Критерий Z

Критерий позволяет сравнивать частоту встречаемости, если доля в одной выборке составляет 0%

### 3. Показатели выборки, необходимые для вычисления критерия

Для вычисления  $\varphi$  необходимо

- $n_1, n_2$  – объём 1 и 2 выборки
- $f_1, f_2$  – частота встречаемости показателя в 1 и 2 выборке

$$f = f_1 + f_2 \qquad f'_1 = \frac{f_1}{n_1} \qquad f'_2 = \frac{f_2}{n_2} \qquad f' = \frac{f}{N}$$

- $f'_1, f'_2$  – относительная частота встречаемости показателя в 1 и 2 выборке

$f'$  – относительная частота встречаемости показателя в общей выборке (в 2-х выборках)

## 4. Эмпирическое значение критерия

- Рассчитать эмпирические значения критерия  $Z$

$$Z_{\text{э}} = \frac{|f'_{1} - f'_{2}| - \frac{1}{2} * \left( \frac{1}{n_{1}} + \frac{1}{n_{2}} \right)}{\sqrt{f' * (1 - f') * \left( \frac{1}{n_{1}} + \frac{1}{n_{2}} \right)}}$$

## 5. Табличные значения

Критические значения критерия  $Z$  не зависят от объема выборок и являются ПОСТОЯННЫМИ

$$Z_{0.01}=2.58$$

$$Z_{0.05}=1,96$$

## 6. Сопоставить эмпирическое и критические значения $\varphi$

- Если  $Z \geq 2,58$ , то верно  $H_a$  Выборки значимо различаются по частоте встречаемости показателя (уровень значимости различий 0,01).
- Если  $Z_{\alpha} \geq 1,96$ , то верно  $H_a$  Выборки значимо различаются по частоте встречаемости показателя (уровень значимости различий 0,05)
- Если  $Z_{\alpha} < 1,96$ , то верно  $H_0$  частоту встречаемости показателя в выборках можно считать одинаковым (значимых различий нет)

# 7. Ответ

# Пример

Источник стресса	4 класс		5 класс	
	Абс частота	Отн частота	Абс частота	Отн частота
отношение в семье	3	13%	4	14%
отношение со сверстниками	4	18%	1	4%
Отношение с учителем	1	5%	5	18%
еда	2	9%	0	0%
школа	0	0%	2	7%
вещь	4	18%	13	46%
боль	3	14%	3	11%
учеба	3	14%	0	0%
проигрыш	2	9%	1	4%
<b>ВСЕГО</b>	<b>24</b>		<b>28</b>	

# 1. Формулируем гипотезы

- $H_0$ : Разные источники стресса в 4 и 5 классе встречаются одинаково часто (значимых различий нет).
- $H_a$ : Некоторые источники стресса встречаются в 4 классе значимо чаще, чем в 5-м, а другие источники стресса в 5 классе встречаются значимо чаще, чем в 4-м

# Расчет с использованием критерия $\chi^2$ - угловое преобразование Фишера

красным выделены строки, в которых в 1-й из выборок частота = 0, т.е. расчет нельзя считать корректным

Источник стресса	4 класс		5 класс		критери й фи	знач-ть
	Абс частота	Отн частота	Абс частота	Отн частота		
отношение в семье	3	14%	4	14%	-0,066	
отношение со сверстниками	4	18%	1	4%	1,758	0,05
Отношение с учителем	1	5%	5	18%	-1,554	
еда	2	9%	0	0%	2,150	0,05
школа	0	0%	2	7%	-1,899	0,05
вещь	4	18%	13	46%	-2,170	0,05
боль	3	14%	3	11%	0,314	
учеба	3	14%	0	0%	2,655	0,01
проигрыш	2	9%	1	4%	0,815	

## 2. Выбираем критерий

- Критерий Z

частота встречаемости таких стрессоров как «еда», и «учеба» в 5 классе составляет 0%, а «школа» в 4-м.

# 3. Показатели выборки, необходимые для вычисления критерия

	4 класс		5 класс	
	Абс	Отн	Абс	Отн
	частота	частота	частота	частота
отношение в семье	3	14%	4	14%
отношение со сверстниками	4	18%	1	4%
Отношение с учителем	1	5%	5	18%
еда	2	9%	0	0%
школа	0	0%	2	7%
вещь	4	18%	13	46%
боль	3	14%	3	11%
учеба	3	14%	0	0%
проигрыш	2	9%	1	4%

$f_1$

$f_2$

критерий

Z

знач-ть

всего

выборк а1 всего выборк а2

22	28	0,14
22	28	
22	28	
22	28	
22	28	
22	28	
22	28	
22	28	
22	28	
22	28	

$n_1$

$n_2$

# 3. Показатели выборки, необходимые для вычисления критерия

	4 класс		5 класс	
	Абс частота	Отн частота	Абс частота	Отн частота
отношение в семье	3	14%	4	14%
отношение со сверстниками	4	18%	1	4%
Отношение с учителем	1	5%	5	18%
еда	2	9%	0	0%
школа	0	0%	2	7%
вещь	4	18%	13	46%
боль	3	14%	3	11%
учеба	3	14%	0	0%
проигрыш	2	9%	1	4%

критерий  
Z

знач-ть

всего  
выборк a1 всего выборк a2

					22	28	0,14
					22	28	
					22	28	
					22	28	
					22	28	
					22	28	
					22	28	
					22	28	
					22	28	
					22	28	

$$f'_1 = \frac{f_1}{n_1}$$

$$f'_2 = \frac{f_2}{n_2}$$

$$f' = \frac{f}{N} = \frac{f_1 + f_2}{n_1 + n_2}$$

# 3. Показатели выборки, необходимые для вычисления критерия

	4 класс		5 класс		критери й Z	знач-ть
отношение в семье	3	14%	4	14%	-0,47622	
отношение со сверстниками	4	18%	1	4%		
Отношение с учителем	1	5%	5	18%		
еда	2	9%	0	0%		
школа	0	0%	2	7%		
вещь	4	18%	13	46%		
боль	3	14%	3	11%		
учеба	3	14%	0	0%		
проигрыш	2	9%	1	4%		

всего  
выборк а1 всего выборк а2

22	28	0,14
22	28	
22	28	
22	28	
22	28	
22	28	
22	28	
22	28	
22	28	

$$z_3 = \frac{|f'_1 - f'_2| - \frac{1}{2} * \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}{\sqrt{f' * (1 - f') * \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

=ЕСЛИ(ABS(T3)>=2,576;0,01;ЕСЛИ(ABS(T3)>=1,96;0,05;"-"))

### 3. Показатели выборки, необходимые для вычисления критерия

	4 класс		5 класс		критерий Z знач-ть	
	Абс частота	Отн частота	Абс частота	Отн частота		
отношение в семье	3	14%	4	14%	-0,476	-
отношение со сверстниками	4	18%	1	4%	1,235	-
Отношение с учителем	1	5%	5	18%	-1,876	-
еда	2	9%	0	0%	0,901	-
школа	0	0%	2	7%	-2,006	0,05
вещь	4	18%	13	46%	-2,394	0,05
боль	3	14%	3	11%	-0,123	-
учеба	3	14%	0	0%	1,416	-
проигрыш	2	9%	1	4%	0,216	-

## 7. Ответ

- Для учеников 5го класса значимо чаще, чем для учеников 4го класса источником стресса являются «школа» ( $z=2.006$ ,  $p<0.05$ ) и «вещь» ( $z=2.394$ ,  $p<0.05$ ).